B. Sc.

CODE : 2590

SEM-I EXAMINATION -2014 - oct

M-101: CALCULUS

TIME : 2:30 HOURS

TOTAL MARKS:70

INSTRUCTIONS: (1) All questions are compulsory.
(2) Each question carries equal marks.

Q.1	A	લિબનિત્ઝ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.	[10]
	B	$y = \cos^{-1}x \Rightarrow (1-x^2)y_2 - xy_1 = 0$	[4]
		OR	
Q.1	A	જો $y = e^{ax}\cos(bx+c)$, $a\neq0$, $b\neq0$,c અચળ સંખ્યાઓ છે. તો સાબિત કરો કે $y_n = r^n e^{ax}\cos(bx+c+n\emptyset)$,જ્યાં $a = r\cos\emptyset$,$b = r\sin\emptyset$.	[7]
	B	$Y = \tan^{-1}x, x \in R \Rightarrow (1+x^2)y_{n+2}+2(n+1)xy_{n+1}+n(n+1)y_n=0$.	[7]
Q.2	A	કોશી ની બીજ કસોટી લખો અને સાબિત કરો.	[9]
	B	$\sum \frac{3n^2+2014}{n^4+2013n+2015}$ શ્રેઢી નું અભિસરણ ચર્ચો.	[5]
		OR	
Q.2	A	ડી'એલેમ્બર્ટની કસોટી લખો અને સાબિત કરો.	[10]
	B	$\frac{\sqrt{3}}{1.2}x + \frac{\sqrt{5}}{3.4}x^2 + \frac{\sqrt{7}}{5.6}x^3 + \cdots$ શ્રેઢીનું અભિસરણ ચર્ચો.	[4]
Q.3	A	રોલનું મધ્યકમાન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.	[8]
	B	વિધેય $f(x) = (x-4)\log x$, $x \in R^+$ માટે રોલ નું પ્રમેય ચકાસો. અને સાબિત કરોકે સમીકરણ: xlogx+x-4 =0 નું એક બીજ (1,4) અંતરાલ માં છે.	[6]
		OR	
Q.3	A	લાંગ્રાજ નું મધ્યકમાન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.	[8]
	B	કોશીનુ મધ્યકમાન પ્રમેય ના સમર્થનની યથાર્થતા ચકાસો અને સાબિત કરો. $b^b - a^a = c^c(\log b - \log a), (0 < a < c < b)$	[6]
Q.4	A	Sinx નું, $x - \frac{\pi}{2}$ ના ચઢતી ઘાત માં વિસ્તરણ કરો.	[7]
	B	લા'પિટલનો બીજો નિયમ લખો અને સાબિત કરો.	[7]
		OR	
Q.4	A	સાબિત કરો : $\frac{\cos x}{\frac{\pi}{2}+x} = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi^2}x + \frac{\pi^2-8}{\pi^3}\cdot x^2 - \ldots\ldots, x \neq \frac{\pi}{2}$.	[8]
	B	ગણતરી કરો : $\lim_{x\to0} \frac{x\cos x - \log(1+x)}{x^2}$	[6]
Q.5	A	સાબિત કરો : $\int \sin^n x\,dx = \frac{1}{n}\sin^{n-1}x\cos x + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2}x\,dx$	[9]
	B	લઘુકરણ સૂત્ર વડે કિંમત શોધો : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 x\ \sin^6 x\,dx$	[5]
		OR	

Q.5	A	ચક્રજ: $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$ ના એક ચાપની લંબાઇ મેળવો.	[7]
	B	પરવલય : $y^2 = 16x$ ના શીર્ષથી નાભિલંબના અંત્યબિંદુ સુધીના ચાપની લંબાઇ મેળવો.	[7]

ENGLISH VERSION

Q.1	A	State and prove Leibnitz's theorem.	[10]
	B	$y = \cos^{-1}x \Rightarrow (1 - x^2)y_2 - xy_1 = 0$	[4]
		OR	
Q.1	A	If $y = e^{ax}\cos(bx + c)$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, c are constants then prove that , $y_n = r^n e^{ax}\cos(bx + c + n\emptyset)$, Where $a = r\cos\emptyset$, $b = r\sin\emptyset$.	[7]
	B	$Y = \tan^{-1}x$, $x \in R \Rightarrow (1+x^2)y_{n+2} + 2(n+1)xy_{n+1} + n(n+1)y_n = 0$.	[7]
Q.2	A	State and prove Cauchy's root test for convergence of infinite series.	[9]
	B	Discuss convergence of $\Sigma \frac{3n^2+2014}{n^4 + 2013n + 2015}$.	[5]
		OR	
Q.2	A	State and prove De'Almberts' ratio test for convergence of infinite series.	[10]
	B	Discuss convergence of $\frac{\sqrt{3}}{1.2}x + \frac{\sqrt{5}}{3.4}x^2 + \frac{\sqrt{7}}{5.6}x^3 + \cdots$	[4]
Q.3	A	State and prove Roll's Mean Value Theorem.	[8]
	B	Verifing Roll's Mean Value Theorem for the function $f(x) = (x - 4)\log x$, $x \in R^+$ Prove that one root of the equation xlogx+x-4 =0 lies in interval (1,4).	[6]
		OR	
Q.3	A	State and prove Lagrange's Mean Value Theorem.	[8]
	B	Verifying Cauchy's Mean Value Theorem, prove that $b^b - a^a = c^c(\log b - \log a), (0 < a < c < b)$	[6]
Q.4	A	Expand Sinx in increasing power of $x - \frac{\pi}{2}$.	[7]
	B	State and prove L'Hospital's second rule.	[7]
		OR	
Q.4	A	Prove that $\frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} + x} = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi^2}x + \frac{\pi^2 - 8}{\pi^3} \cdot x^2 - \ldots\ldots, x \neq \frac{\pi}{2}$.	[8]
	B	Evaluate : $\lim_{x \to 0} \frac{x\cos x - \log(1+x)}{x^2}$	[6]
Q.5	A	Prove that : $\int \sin^n x\, dx = \frac{1}{n}\sin^{n-1}x\cos x + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2}x\, dx$	[9]
	B	Using reduction formula find value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 x\ \sin^6 x\, dx$	[5]
		OR	
Q.5	A	Find the length of one arc of the cycloid $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$	[7]
	B	Find the length of arc of the parabola $y^2 = 16$ from the vertex to the extremity of its latus lectum.	[7]