CODE : 2591

SEM-I EXAMINATION – 2014 – oct

M-102 : THEORY OF METRICES AND CO-ORDINATE GEOMETRY

TIME : 2:30 HOURS

TOTAL MARKS:70

INSTRUCTIONS: (1) All questions are compulsory.
(2) Each question carries equal marks.

Q.1 A જો A અને B વ્યસ્ત સંપન શ્રેણિક હોય તો સાબિત કરો કે $(AB)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$ [6]

B $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ નો કોટી મેળવો.. [8]

OR

Q.1 A જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો A^{-1} મેળવો [10]

B જો $A = \begin{bmatrix} 2+i & 3 & -1+3i \\ -4 & i & 4-2i \end{bmatrix}$ હોય તો તપાસો A*A હરમિશ્યન છે કે નહી? [4]

Q.2 A કેલી –હેમિલ્ટન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. [7]

B A અને B ચોરસ શ્રેણિકો છે , [7]
જો A વિસંમિત શ્રેણિક હોય તો સાબિત કરો કે B^TAB વિસંમિત શ્રેણિક થાય. અને જો A સંમિત શ્રેણિક હોય તો સાબિત કરો કે B^TAB સંમિત શ્રેણિક થાય.

OR

Q.2 A સાબિત કરો કે, AB = AC પણ $B \neq C$, [7]
જ્યાં $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

B (1) જો $A = [a_{ij}]$ ના લાક્ષણિક મૂલ્યો $\lambda_1, \lambda_2 \ \lambda_3 \dots\dots \lambda_n$ હોય તો સાબિત કરો કે [7]
A^3 ના લાક્ષણિક મૂલ્યો $\lambda_1^3 \ \lambda_2^3 , \dots\dots \lambda_n^3$ થાય.
(2) જો $A = [a_{ij}]$ નુ લાક્ષણિક મુલ્ય λ હોય તો સાબિત કરો કે
(i) $\frac{1}{\lambda}$ એ A^{-1} નુ લાક્ષણિક મુલ્ય થાય અને (ii) $\frac{|A|}{\lambda}$ એ (adj A) લાક્ષણિક મુલ્ય થાય.

Q.3 A $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ શ્રેણિકનું લાક્ષણિક મૂલ્યો મેળવો અને લાક્ષણિક સદિશો મેળવો. [7]

B સમીકરણ સંહતીને ક્રેમરની રીતથી ઉકેલો. [7]
5X + 3Y +7Z = 4 ; 3 X +26Y +2Z = 9 ; 7X +2Y +11Z =5

OR

Q.3 A $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}$ શ્રેણિક માટે કેલી –હેમિલ્ટન પ્રમેય તપાસો. [7]

B નીચે આપેલ સમીકરણ સંહતી સુસંગત છે કે નહિ તપાસો. [7]
$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 5, 2x_1 - x_3 - 3x_4 = 5, x_1 - 2x_2 - x_3 = 1, 3x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 6$

Q.4 A જો α, β, γ એ સમીકરણ $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 1 = 0$ ના બીજ હોય તો $\frac{1}{1-\alpha}, \frac{1}{1-\beta}, \frac{1}{1-\gamma}$ બીજવાળું સમીકરણ મેળવો. [7]

B $x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 4X + 5 = 0$ સમીકરણ ફેરારીની રીતથી ઉકેલો [7]

OR

Q.4 A સમીકરણ $2x^3 + 9x^2 + 8X + 2 = 0$ ના દરેક બીજ કરતા 1 ઓછી કિંમતવાળા બીજવાળુ સમીકરણ મેળવો. [7]

B સમીકરણ $x^3 - 3x^2 + 9X - 14 = 0$ કાર્ડનની રીતથી ઉકેલો. [7]

Q.5 A બે ભિન્ન બિંદુમાથી પસાર થતી સુરેખાનુ વ્યાપક ધ્રુવીય સમીકરણ મેળવો [7]

B નીચેના ધ્રુવીય સમીકરણોનુ કાર્ટેઝીય સમીકરણમા રૂપાંતર કરો. [7]
(1) $r\cos 2\theta = 5$ (2) $r(\cos 3\theta + \sin 3\theta) = \sin\theta\cos\theta$.

OR

Q.5	A	સાબિત કરો કે સમીકરણ $r = a\cos\theta + b\sin\theta$, વર્તુળનું નિરૂપણ કરે છે જ્યા a , b અચળાંકો છે. અને તેનુ કેન્દ્ર તથા ત્રિજ્યા મેળવો.	[7]
	B	R^3 મા સમીકરણ $2x^2 - y^2 - z^2 = 0$ ને ધ્રુવીય સમીકરણમાં મેળવો.	[7]

ENGLISH VERSION

Q.1	A	If A and B are invertible matrices of order n then prove that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.	[6]
	B	Find the rank of matrix A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$	[8]
		OR	
Q.1	A	If A = $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ then find A^{-1}.	[10]
	B	If $A = \begin{bmatrix} 2+i & 3 & -1+3i \\ -4 & i & 4-2i \end{bmatrix}$ then check whether A*A is Hermitian or not?	[4]
Q.2	A	State and prove cayley –Hamilton theorem.	[7]
	B	If A and B are symmetric matrices of same order , then prove that if A is a Skew Symmetric matrix then B^TAB is also Skew Symmetric matrix. And if A is a Symmetric matrix then B^TAB is also Symmetric matrix.	[7]
		OR	
Q.2	A	Prove that AB=AC but $B \neq C$ Where $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.	[7]
	B	(1)If $\lambda_1 , \lambda_2 \ \lambda_3$,.......... λ_n are the eigen values of A =$[a_{ij}]$ then prove that, $\lambda_1^3 \ \lambda_2^3$,....... λ_n^3 are the eigen values of A^3 . (2) if λ is the eigen values of invertible matrix A = $[a_{ij}]$,then show that, (i) $\frac{1}{\lambda}$ is the eigen values of A^{-1} and (ii) $\frac{\lvert A\rvert}{\lambda}$ is the eigen value of (adj A)	[7]
Q.3	A	Find the Eigen values and Eigen vectors of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$	[7]
	B	Solve the system of equations by crammer's rule. 5X + 3Y + 7Z = 4 ; 3X + 26Y + 2Z = 9 ; 7X + 2Y + 11Z = 5	[7]
		OR	
Q.3	A	Verify cayley Hamilton theorem for the matrix A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}$	[7]
	B	Verify that the following system of linear equation is consistence or not ? $x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 5, 2x_1 - x_3 - 3x_4 = 5, x_1 - 2x_2 - x_3 = 1, 3x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 6$	[7]
Q.4	A	If α, β, γ are the roots of the equation $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 1 = 0$ find the equation whose roots are $\frac{1}{1-\alpha}, \frac{1}{1-\beta}, \frac{1}{1-\gamma}$.	[7]
	B	Solve the equation $X^4+8X^3+18X^2+4X+5=0$ by ferrari's method	[7]
		OR	
Q.4	A	Find the equation whose all roots are less by 1 than those of the equation $2x^3 + 9x^2 + 8X + 2 = 0$	[7]
	B	Solve the equation by cardan's method:$x^3 - 3x^2 + 9X - 14 = 0$	[7]
Q.5	A	Find the polar equation of st.line passing through the two points.	[7]
	B	Transform the equation into Cartesian equation: (1) $r \cos 2\theta = 5$ (2) $r(\cos 3\theta + \sin 3\theta) = \sin\theta \cos\theta$.	[7]
		OR	
Q.5	A	Prove that the equation $r = a\cos\theta + b\sin\theta$, a and b are Non-zero constants represent the circle. Also find its centre and radius.	[7]
	B	Transform the equation $2x^2-y^2-z^2 = 0$ into polar equation	[7]