

Code: 2.0611

B.Sc.Sem-II, Examination-April/May, 2017  
ST-201

Mathematical Statistics - I

Time: 2 Hours

Marks: 70

Instructions: 1) There are 5 compulsory questions in this question paper.

2) All questions carry equal marks.

3) Use of Scientific calculator is allowed.

4) Statistical Tables and graph paper will be provided on request.

Q1 a) Define the following terms and give one example of each: 6

(1) Probability (Classical)

(2) Event

(3) Independent Events

b) A problem of probability is given to three Students Aditi, Prianka and Mahesh. Their chance of solving it independently are 0.6, 0.4 and 0.5 respectively what is the probability that – 8

i. at least one of the three will solve the problem.

ii. Exactly two students will solve the problem.

OR

Q1 a) Define Independence of two events. Show that if events A and B are independent, A' and B are also Independent. 6

b) The following is the composition of two baskets flowers : 8

Basket 1 : 7 pink and 3 white flowers.

Basket 2 : 5 pink, 2 white and 3 yellow flowers.

A basket is selected at random and then a flower is chosen from the selected basket

i. What is the probability that a pink flower will be chosen.

ii. Given that flower chosen is white, find the probability that it come from basket 1.

Q2 a) Define mathematical Expectation .State important properties of mathematical expectation. 8

b) A bag contains 3 white and 2 red balls. A person takes 2 balls at random from the bag. If he receives ₹. 10 for each white ball and has to pay ₹. 8 for each red ball ,find the expected value of the amount received by him. 6

OR

Q2 a) Define moment generating function of a random variable X. 6

Show that  $M_x(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \mu'_r$  [ in usual notations]

b) If the probability distribution of a random variable X is given by 8

Value of X	1	2	3	4	5	6
Probability	3p	p	5p	2p	p	4p

Find constant p, E(X) and V(X).

Q3 a) Define the following terms and give one example of each, 6

(1) Random Variable

(2) Probability density function

b) If the probability distribution of a random variable X is given by 8

Value of X	0	1	2	3
Probability	k	3k	2k	6k

(1) Determine the constant k.

(2) Find M.G.F. of r. v. X, and

Hence find Mean and Variance of distribution.

OR

Q3 a) Define raw moments and central moments. In usual notations, prove that: 8

$$\mu_r = \mu'_r - \binom{r}{1} \mu'_{r-1} \mu'_1 + \binom{r}{2} \mu'_{r-2} \mu_1^2 - \binom{r}{3} \mu'_{r-3} \mu_1^3 + \dots + (-\mu'_1)^r,$$

Where  $r=1, 2, 3\dots$

Hence express  $\mu_3$  in terms of raw moments.

b) Evaluate constant K such that following function can be probability density function, 6

$$f(x) = K x^2 (1-x); 0 < x < 1 \\ = 0 \quad ; \text{o.w.}$$

Obtain mean and variance.

Q4 a) Define a Bernoulli probability distribution. Find its MGF, mean and standard deviation. 8

b) A random variable X has a binomial probability distribution with mean 6 and variance 3.6. Find  $P[X < 3]$  and  $M_x(t)$ . 6

OR

Q4 a) Define Binomial distribution. Write the properties of Binomial distribution 8

b) A promotional campaign of a new drink, a company places prize-winning caps on one of every ten bottles. Hoping to win a prize, a child decides to buy a bottle of new cola each day for one full week. What is probability that the child will win prize –

i. Atleast two day ii. None of the days iii. All the days

Q5 a) Define Poisson distribution. Obtain the MGF of a Poisson probability distribution. 8

b) X is a poisson variate such that  $p(x=3)=p(x=4)$ . Then find  $p(x=2)$ . 6

OR

Q5 a) Derive expression for c.g.f. of Poisson Distribution. State its important properties. 8

b) Given the MGF of a r. v. X as 6

$$M_x(t) = e^{3(e^t-1)}, t \in R,$$

Find  $p[x \geq 1]$  and  $p[1 < X < 4]$  and show that  $\mu_4 = 30$

### Gujarati Version

- સુચનાઓ: ૧) આ પ્રશ્નપત્રમાં પાંચ ફરજીયાત પ્રશ્નો છે.  
 ૨) તમામ પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.  
 ૩) સાઈન્ટીફિક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.  
 ૪) ગ્રાફ પેપર અને આંકડાશાસ્ત્રીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી મેળવી શકાશે.

Q1 a) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો: 6  
 (૧) સંભાવના (ગાણિતિક)  
 (૨) ઘટના  
 (૩) સ્વતંત્ર ઘટના

b) અદિતી, પ્રિયંકા અને મહેશ ને સંભાવનાનો એક દાખલો આપવામાં આવ્યો છે. સ્વતંત્ર રીતે 8  
 એ દાખલાનો ઉકેલ મેળવે તેની શક્યતા અનુક્રમે ૦.૬, ૦.૪ અને ૦.૫ છે, તો  
 (૧) ત્રણમાંથી એક વિધાર્થી દાખલાનો ઉકેલ મેળવે, તેની સંભાવના શોધો, અને  
 (૨) બરાબર બે વિધાર્થીઓ દાખલાનો ઉકેલ મેળવે, તેની સંભાવના શોધો.

OR

Q1 a) બે ઘટનાઓ ની નિરપેક્ષતા ની વ્યાખ્યા આપો. દર્શાવો કે જો A અને B નિરપેક્ષ ઘટનાઓ 6  
 હોય તો A' અને B પણ નિરપેક્ષ છે.

b) બે ટોપલીઓમાં નીચે મુજબ ફૂલોનું વિતરણ થયેલ છે, 8  
 ટોપલી -૧ :- ૭ ગુલાબી અને ૩ સફેદ ફૂલો,  
 ટોપલી -૨ :- ૫ ગુલાબી, ૨ સફેદ અને ૩ પીળા ફૂલો છે.  
 એક ટોપલી યાદચિક રીતે પસંદ કરવામાં આવેને તૈમાંથી એક ફૂલ પરસંદ લેવામાં  
 આવે છે,  
 (૧) તો ગુલાબી ફૂલ પરસંદ થાય, તેની સંભાવના કેટલી?  
 (૨) જો પરસંદ થયેલ ફૂલ સફેદ હોય, તો તે ટોપલી એક માંથી પરસંદ થયેલ છે, તેની  
 સંભાવના કેટલી?

Q2 a) ગણિતીક અપેક્ષાની વ્યાખ્યા આપો. ગણિતીક અપેક્ષાની અગત્યાના ગુણધર્મો લખો. 8

b) એક થેલામાં ત્રણ સફેદ અને ૨ લાલ દડા છે. એક વ્યક્તિ દરારા યદ્દશ રીતે બે દડા  
 લેવામાં આવે. જો દરેક સફેદ દડા માટે વ્યક્તિને ૩ ૧૦ મળે છે અને દરેક લાલ દડા માટે ૩  
 ૮ આપવા પડે છે. તો વ્યક્તિને મળતી રકમની ગણિતીક અપેક્ષાનું મૂલ્ય મેળવો.

OR

Q2 a) યદ્દશ થલ X ના પ્રધાત સર્જક વિધેયની વ્યાખ્યા આપો. દર્શાવો કે(સામાન્ય સંકેતોમાં) 6

$$M_x(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \mu_r'$$

b) જો કોઈ યદ્દશ થલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ હોય 8

Xની કિંમતો	1	2	3	4	5	6
સંભાવના	3p	p	5p	2p	p	4p

તો અચળ p, E(X) અને V(X) શોધો.

Q3 a) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો: 6

- ૧) યદ્દશ થલ  
 ૨) સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

b) જો એક અસતત યદ્યપ ચલ  $X$  નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે-

$X$ ની કિંમતો	0	1	2	3
સંભાવના	$k$	$3k$	$2k$	$6k$

તો (અ) અથળ  $k$  ની કિંમત નક્કી કરો,

(બ)  $X$  નું M.G.F શોધો.

અને વિતરણના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

OR

Q3 a) સાદા અને કેન્દ્રીય પ્રઘાતોની વ્યાખ્યા આપો. સાબિત કરો કે- (રામાન્ય સંકેતોમાં)

$$\mu_r = \mu'_r - \binom{r}{1} \mu'_{r-1} \mu'_1 + \binom{r}{2} \mu'_{r-2} \mu'_1^2 - \binom{r}{3} \mu'_{r-3} \mu'_1^3 + \dots + (-\mu'_1)^r$$

જ્યાં  $r = 1, 2, 3\dots$

તે પરથી  $\mu_3$  ને સાદા પ્રઘાતોના સંદર્ભે રજૂ કરો.

b) જો નીચે આપેલા વિધેય સંભાવના ઘટત્વ વિધેય હોય,

$$f(x) = K x^2 (1-x), \quad 0 < x < 1.$$

$= 0 \quad \text{અન્યત્ર હોય તો,}$

અથળ  $K$  શોધો. અને તેના પરથી વિતરણના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

Q4 a) બન્નોલી સંભાવના વિતરણની વ્યાખ્યા આપો. તેના પ્ર. સ. વિ. મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

b) એક યદ્યપ ચલ  $X$ , મધ્યક 6 અને વિચરણ 3.6 સાથે દ્વિપદી સંભાવના વિતરણ ઘરાવે છે,  $p[x < 3]$  અને  $M_x(t)$  શોધો.

OR

Q4 a) દ્વિપદી વિતરણની વ્યાખ્યા આપીને તેના ગુણધર્મ લખો.

b) એક નવા પીણા ને સ્થાપિત કરવાના પ્રચાર કાર્યક્રમ દરમાન એક કંપની પ્રત્યેક દસ બોટેલ્સ પૈકી એક ઉપર ઈનામી ઢાંકણું લગાડે છે. ઈનામ જીતવાની આશા સાથે એક બાળક એક અઠવાડીયાના પ્રત્યેક દિવસે આ નવી કોલાની એક બોટેલ ઝરીદવાનું નક્કી કરે છે, આ બાળક -

1) ઓછામાં ઓછા બે દિવસે,

2) કોઈ પણ દિવસે નહિં, અને

3) બધા દિવસો એ, ઈનામ જીતે તે ઘટનાની સંભાવનાઓ શું થશે?

Q5 a) પોઇસાં વિતરણની વ્યાખ્યા આપીને. પોઇસાં સંભાવના વિતરણનું પ્ર. સ. વિ. મેળવો.

b) પોયસન ચલ  $X$  માટે  $p(x=3)=p(x=4)$  હોય, તો  $p(x=2)$  મેળવો.

OR

Q5 a) પોયસાં વિતરણના પોગધાત સર્જક વિધેય તારવો અને તેના ગુણધર્મ લખો.

b) જો એક યદ્યપ ચલ  $X$  નું પ્રઘાત સર્જક વિધેય

$$M_x(t) = e^{3(e^t-1)}, \quad t \in R,$$

આપેલ હોય તો,  $p[x \geq 1]$  અને  $p[1 < X < 4]$  શોધો. અને દર્શાવો કે  $\mu_4 = 30$ .