

B. Sc Semester III, Examination APRIL-2016
Paper No : ST – 301, [Mathematical Statistics –I]

Time: 2½ Hours

Maximum Marks 70

- Instructions:-** (1) There are FIVE compulsory questions in this Q. Paper.
 (2) All questions carry equal marks.
 (3) Use of Scientific calculator is allowed.
 (4) Graph papers & statistical tables will be provided on request.

- પ્ર ૧ (અ) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો. ૦૫
 (૧) યદ્યચ્છપ્રયોગ
 (૨) નિદર્શવિકાશ
 (૩) ઘટના ના ઉદ્ભવ
 (૪) ચોક્કસ ઘટના
 (૫) પૂરક ઘટના
- (બ) નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો- ૦૮
 ૧) સાબિત કરો કે (સામાન્ય સંકેતોમાં)

$$P[A'] = 1 - P[A]$$

 ૨) એક ટોપલીમાં પાંચ ગુલાબી અને ૪ સફેદ ફૂલો છે. આ ટોપલીમાંથી બે ફૂલો યદ્યચ્છ રીતે પસંદ કરવામા આવે છે. આ બન્ને પસંદ થયેલ ફૂલો ગુલાબી હોય, તે ઇઘટનાની સંભાવના કેટલી થશે?
- અથવા
- પ્ર ૧ અ) સંભાવના માટેના સાપેક્ષ આવૃત્તિ અને પૂર્વ ધારણા યુક્ત અભિગમો સમજાવો. ૦૮
 બ) છોકરો અથવા છોકરીના જન્મમાટે સમાન તક છે, તેમ ધારીને ત્રણ બાળકો ધરાવતા કોઈ કુટુંબમાં
 ૧) ત્રણેય બાળકો છોકરીઓ હોય,
 ૨) ઓછામાં ઓછું એક બાળક છોકરી હોય, તે ઘટનાઓની સંભાવના કેટલી થશે?
- પ્ર ૨ અ) $U = \{ 1,2,3,4,5,6 \}$, $A\{1,3\}$, $B\{3,5,6\}$, ધારીને નીચેની ઘટનાઓની વેન આકૃતિઓ દોરો- ૦૬
 ૧) A' , ૨) $A \cap B$, ૩) $A - B$, ૪) $A' \cap B'$ ૫) બે ઘટનાઓ A અને B પૈકી બરાબર એક ઘટના ઉદ્ભવે.
- (બ) નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો- ૦૮
 ૧) સાબિત કરોકે, (સામાન્ય સંકેતોમાં)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

 ૨) એક નોન-લીપ વર્ષમાં ૫૩ મંગળવાર હોય તે ઘટનાની સંભાવના કેટલી થશે?
- અથવા
- પ્ર ૨ અ) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો: ૦૫
 ૧) પરસ્પર નિવારલ ઘટનાઓ,
 ૨) નિ:શેષ ઘટનાઓ,
 ૩) શરતી સંભાવના,
 ૪) બે ઘટનાઓની નિરપેક્ષતા,
 ૫) નિદર્શવિકાશનું વિભાજન
- (બ) નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો- ૦૮
 ૧) દર્શાવો કે જો $A \subseteq B$, તો $P(A) \leq P(B)$.
 ૨) એક પેટીમાંના ૧૨ ફ્યુઝ પૈકી ૩ ખામીવાળા છે. જો આ પેટીમાંથી ૨ ફ્યુઝ વારાફરતી પ્રતિસ્થાપનવગર યદ્યચ્છ રીતે પસંદ કરવામા આવે, તો પસંદ થયેલા બન્ને ફ્યુઝ ખામીવગરના હોય, તે ઘટનાની સંભાવના કેટલી થશે?
- પ્ર ૩ અ) બે ઘટનાઓ માટે સંભાવનાનું ગુણાકારનું પ્રમેય કથન લખી સાબિત કરો. ત્રણ ઘટનાઓની નિરપેક્ષતાની વ્યાખ્યા લખો. ૦૮

- બ) ત્રણ વિદ્યાર્થીઓ અદિતી, કાવેરી અને રાહુલ નિરપેક્ષ રીતે ગણિતનો એક કોયડો ઉકેલવા માટે પ્રયત્ન કરે છે. આ કોયડો ઉકેલવા માટે અદિતી, કાવેરી અને રાહુલ ની તકો અનુક્રમે: ૦.૭, ૦.૮ અને ૦.૫ છે,
૧) આ કોયડો ઉકેલાઈ જાય,
૨) ફક્ત અદિતી અને કાવેરી આ કોયડાને ઉકેલે, તે ઘટનાઓની સંભાવના કેટલી થશે?

અથવા

- પ્ર ૩ અ) બેઇઝનું પ્રમેય કથન લખી સાબિત કરો. ૦૮

- બ) ત્રણ યંત્રો A, B અને C, એક કંપનીના ઉત્પાદનના અનુક્રમે : ૪૦%, ૪૫ % અને ૧૫% હિસ્સો ઉત્પાદિત કરે છે. એ જાણીતું છે કે યંત્ર - , યંત્ર- અને યંત્ર- ઉત્પાદિત વસ્તુઓના અનુક્રમે ૩ %, ૫ % અને ૭ % ખામીયુક્ત નિર્માણ કરે છે. આ ત્રણેય યંત્રો દ્વારા ઉત્પાદિત થયેલ વસ્તુઓના સંયુક્ત સમૂહમાંથી ચોક્કસ દિવસના અંતે એક વસ્તુ યદચ્છ રીતે પસંદ કરવામાં આવી આ પસંદ થયેલ વસ્તુ ખામીયુક્ત જોવા મળી. આ વસ્તુ યંત્ર B દ્વારા નિર્માણ પામી હોય તે ઘટનાની સંભાવના કેટલી થશે?

- પ્ર ૪ અ) નીચેના પદો સમજાવો ૦૬

- ૧) યદચ્છ અચલ
૨) અસતત સંભાવના વિધેય
૩) સંયમી વિતરણ વિધેય

- બ) એક યદચ્છ ચલ - નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય ૦૮

$$f(x) = C(1-x) \quad ; \quad 0 < x < 1$$

$$= 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

આપેલ હોય તો,

- ૧) અચળ C
૨) $P[X > \frac{1}{4}]$
૩) $f(X)$ નો મધ્યક શોધો.

અથવા

- પ્ર ૪ અ) અસતત સંભાવના વિધેય અને સંભાવના ઘટત્વ વિધેય વચ્ચેના તફાવતો સમજાવો. ૦૬

- બ) જો કોઈ યદચ્છ ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ હોય ૦૮

X-ની કિંમતો	1	2	3	4	5	6
સંભાવના	3K	K	5K	2K	K	4K

તો અચળ K, $P[2 < X \leq 5]$, $E(X)$ અને CDF શોધો.

- પ્ર ૫ અ) અપેક્ષાનું સરવાળાનું પ્રમેય કથન લખી સાબિત કરો. ૦૮

- બ) યદચ્છ ચલ X નું પ્ર. સ. વિ. વ્યાખ્યાયિત કરો. સાબિત કરો કે (સામાન્ય સંકેતોમાં), ૦૫

$$M_X(t) = 1 + \mu'_1 \frac{t}{1!} + \mu'_2 \frac{t^2}{2!} + \dots + \mu'_r \frac{t^r}{r!} + \dots$$

અથવા

- પ્ર ૫ અ) જો એક યદચ્છ ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય ૦૮

$$f(x) = e^{-x} \quad ; \quad 0 < x < \infty$$

$$= 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો પ્ર.સ.વિ., યો. સ. વિ., μ'_1 અને X નું પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

- બ) એક યદચ્છ ચલ X નો r માંકમનો કેન્દ્રીય પ્રઘાત વ્યાખ્યાયિત કરો. દર્શાવો કે(સામાન્ય સંકેતોમાં), ૦૬

$$\mu_3 = \mu'_3 - 3\mu'_2\mu'_1 + 2\mu_1^3$$

Examination: B.Sc. Semester III - APRIL 2016

Subject: Statistics

Paper: ST 301: Mathematical Statistics – I

Total Marks: 70

Duration of Time: $2\frac{1}{2}$ Hours.

Instructions: There are Five questions in this question-paper. Attempt all of them. All questions carry equal marks. Statistical tables and graph-papers will be provided upon request. Use of a scientific calculator is permitted.

- Q 1 (a) Define the following terms: 05
1. Random Experiment
 2. Sample Space
 3. Occurrence of an Event
 4. Certain Event
 5. Complementary Event
- (b) Attempt the following: 09
1. Prove that (in usual notations)
$$P(A') = 1 - P(A).$$
 2. There are five pink and four white flowers in a basket. Two flowers are selected at random from the basket. What is the probability that they both are pink?
- OR
- Q 1 (a) Explain the Relative Frequency and Axiomatic approaches to Probability. 08
- (b) Assuming equal chance for the birth of a boy or a girl baby, what is the probability that in a family having three children, 06
1. all three are girls?
 2. At least one of them is a girl?
- Q 2 (a) Considering $U = \{1,2,3,4,5,6\}$, $A = \{1,3\}$, $B = \{3, 5, 6\}$, draw the Venn diagrams for the following events: 06
1. A'
 2. $A \cap B$
 3. $A - B$
 4. $A' \cap B'$
 5. Exactly one of the two events either A or B occurs.
- (b) Attempt the following: 08
1. Prove that (in usual notations)
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$
 2. What is the probability that a non-leap year has 53 Tuesdays?
- OR

Q 2 (a) Define the following terms: 05

1. Mutually Exclusive events
2. Exhaustive events
3. Conditional Probability
4. Independence of two events
5. Partition of a sample space

(b) Attempt the following: 09

1. Show that if $A \subseteq B$ then $P(A) \leq P(B)$
2. A box has 12 fuses of which 3 are defectives. If two fuses are selected at random, one by one, without replacement then what is the probability that both selected fuses are non-defective?

Q 3 (a) State and prove the multiplication theorem of probability for two events. Define mutual independence of three events. 08

(b) Three students Aditi, Kaveri and Rahul attempt to solve a problem of Mathematics independently. The chances of Aditi, Kaveri and Rahul solving this problem are 0.7, 0.9 and 0.5 respectively. What is the probability that

1. the problem will be solved?
2. Only Aditi and Kaveri will solve the problem?

OR

Q 3 (a) State and prove the Bayes' theorem. 09

(b) Three Machines A, B and C produce respectively 40%, 45% and 15% of the output in a Company. It is known that about 3%, 5% and 7% of the produced articles turn out to be defective for Machine A, Machine B and Machine C respectively. From the mixed lot of articles produced by these three machines, an article was selected at random at the end of the certain day and found to be defective. What is the probability that it was produced by Machine B? 05

Q 4 (a) Explain the following terms: 06

1. Random Variable
2. Discrete Probability Function
3. Cumulative Distribution Function

(b) Given the probability density function of a random variable X as 08

$$f(x) = C(1-x) \quad 0 < x < 1$$

$$= 0 \quad \text{Elsewhere,}$$

find (1) the constant C (2) $P(X > \frac{1}{4})$ (3) Mean of $f(x)$

OR

- Q 4 (a) Explain the differences between a discrete probability function and a probability density function. 06
(b) If the probability distribution of a random variable X is given by, 08

Values of X	1	2	3	4	5	6
Probability	3K	K	5K	2K	K	4K

then find the constant K, $P(2 < X \leq 5)$, $E(X)$ and CDF.

- Q 5 (a) State and prove the addition theorem on expectation. 09
(b) Define the MGF of a random variable X. Prove that (in usual notations), 05

$$M_X(t) = 1 + \mu'_1 \frac{t}{1!} + \mu'_2 \frac{t^2}{2!} + \dots + \mu'_r \frac{t^r}{r!} + \dots$$

OR

- Q 5 (a) If the probability density function of a random variable X is, 08
$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & 0 < x < \infty \\ 0 & \text{Elsewhere,} \end{cases}$$
find the MGF, CGF, μ'_1 and the standard deviation of X.

- (b) Define central moment of r^{th} order μ_r of a random variable X. Show that (in usual notations), 06

$$\mu_3 = \mu'_3 - 3 \mu'_2 \mu'_1 + 2 \mu_1'^3.$$
