CODE : 2590

B.SC.SEM I EXAMINATION –2016 – May

M-101: CALCULUS

TIME : 2:30 HOURS   INSTRUCTIONS: (1) All questions are compulsory.
(2) Each question carries equal marks.   TOTAL MARKS:70

Q.1 A લિબનિત્ઝ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. [07]

B $y^{\frac{1}{m}} + y^{\frac{-1}{m}} = 2x, m \neq 0, n>1 \Rightarrow (x^2-1)y_{n+2}+(2n+1)xy_{n+1}+(n^2-m^2)y_n=0$ [07]

OR

Q.1 A $Y = \cos^{-1}x, x \in (-1,1) \Longrightarrow (1-x^2)\, y_{n+2} - (2n+1)\, x\, y_{n+1} - n^2 y_n = 0.$ [07]

B $y = A\cos(\log x)+B\sin(\log x),\ a,b \in R-\{0\} \Rightarrow (x^2)y_{n+2}+(2n+1)xy_{n+1}+(n^2+1)y_n=0$ [07]

Q.2 A અનન્ત શ્રેઢી ની અભિસારીતા માટે ડી- એલેમ્બર્ટની કસોટી સાબિત કરો [07]

B શ્રેઢી ની અભિસારીતાની ચર્ચા કરો: $\frac{\sqrt{3}}{1\cdot 2}x + \frac{\sqrt{5}}{3\cdot 4}x^2 + \frac{\sqrt{7}}{5\cdot 6}x^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ [07]

OR

Q.2 A અનન્ત શ્રેઢી ની અભિસારીતા માટે કોશી ની બીજ કસોટી સાબિત કરો [07]

B શ્રેઢી ની અભિસારીતાની ચર્ચા કરો: $\sum\left\{(n^3+1)^{\frac{1}{3}} - n\right\}$ [07]

Q.3 A રોલનું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. [07]

B નીચેના વિધેયોf અને g માટે દર્શાવેલા અંતરાલમાં કોશી મધ્યકમાન પ્રમેયનું સમર્થન કરો. C શોધો. $f(x)=\sqrt{x+5}$, $g(x) = 3x+7$, $x \in [3,8]$ [07]

OR

Q.3 A લાંગ્રાજનું મધ્યકમાન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. [07]

B લાંગ્રાજના મધ્યકમાન પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી. $f(x)=\log x, x \in R^+$ માટે સાબિત કરો કે $\frac{y-x}{y} < \log\frac{y}{x} < \frac{y-x}{x}$ [07]

Q.4 A કિંમત શોધો (1)$\lim_{x\to 1}\frac{x^x-x}{x-1-\log x}$ (2) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{\sin x}}{x-\sin x}$ [08]

B લા'પિટલ નો પ્રથમ નિયમ લખો અને સાબિત કરો. [06]

OR

Q.4 A લા'પિટલ નો બીજો નિયમ લખો અને સાબિત કરો. [07]

B $\sqrt{x}$ નું (x-1) ના ઘાત માં વિસ્તરણ કરો.જ્યાં $x \in R^+$ [07]

Q.5 A $\int \cos^n x\ dx$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો [07]

B કિંમત શોધો: $\int_0^1 x^4 (4-x^2)^{\frac{3}{2}} dx$ [07]

OR

Q.5 A $\int \sin^n x\ dx$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો [07]

B કિંમત શોધો: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos^3 x\, dx$ [07]

ENGLISH VERSION

.1 A State and prove : Leibnitz's theorem [07]

B $y^{\frac{1}{m}} + y^{\frac{-1}{m}} = 2x, m \neq 0, n>1 \Rightarrow (x^2-1)y_{n+2}+(2n+1)xy_{n+1}+(n^2-m^2)y_n=0$ [07]

OR

Q.1 A $Y = \cos^{-1}x, x \in (-1,1) \Longrightarrow (1-x^2)\, y_{n+2} - (2n+1)\, x\, y_{n+1} - n^2 y_n = 0.$ [07]

B $y = A\cos(\log x)+B\sin(\log x),\ a,b \in R-\{0\} \Rightarrow (x^2)y_{n+2}+(2n+1)xy_{n+1}+(n^2+1)y_n=0$ [07]

Q.2	A	State & prove ,D'Alembert 's test, for Convergence of infinite series	[07]
	B	Discuss Convergence of series : $\frac{1}{1\sqrt{2}}+\frac{x}{3\sqrt{3}}+\frac{x^2}{5\sqrt{4}}+\frac{x^3}{7\sqrt{5}}+\cdots$	[07]
		OR	
Q.2	A	State & prove , Cauchy 's Root test, for Convergence of infinite series	[07]
	B	Discuss Convergence of series : $\sum\left\{(n^3+1)^{\frac{1}{3}}-n\right\}$	[07]
Q.3	A	State & prove : Roll's theorem.	[07]
	B	verify Cauchy's Mean Value theorem for the given functions, if possible find "C" in given intervalsf(x)= $\sqrt{x+5}$, g(x) = 3x+7 , $x\in[3,8]$	[07]
		OR	
Q.3	A	State & prove : Lagrange 's Mean Value theorem	[07]
	B	Using Lagrange's Mean Value theorem for f(x)=logx, $x\in R^+$, prove that, $\frac{y-x}{y}<\log\frac{y}{x}<\frac{y-x}{x}$	[07]
Q.4	A	Find values: (1) $\lim_{x\to 1}\frac{x^x-x}{x-1-\log x}$ (2) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{\sin x}}{x-\sin x}$	[08]
	B	State & prove : L' Hosital's first Rule	[06]
		OR	
Q.4	A	State & prove : L' Hosital's second Rule	[07]
	B	Expand $\sqrt{x}$ in increasing power of (x-1), $x\in R^+$	[07]
Q.5	A	find Reduction formula for $\int \cos^n x\, dx$	[07]
	B	Evaluate : $\int_0^1 x^4\,(4-x^2)^{\frac{3}{2}}\,dx$	[07]
		OR	
Q.5	A	find Reduction formula for $\int \sin^n x\, dx$	[07]
	B	Evaluate: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos^3 x\, dx$	[07]