1 APR 2019

NEWCBCS B.Sc. SEM - I EXAMINATION

PAPER NO.: BSCMATCC101

CALCULUS – I (MATHEMATICS -101) CODE NO: 20403

TIME:2:30 HOURS INSTRUCTIONS (1) ALL QUESTIONS ARE COMPULSORY. TOTAL MARKS:70

(2)EACH QUESTION CARRY EQUAL MARKS

Q.1 A લા-પીટલ નો પહેલો નિયમ લખી અને સાબિત કરો. 07

B $\lim_{x\to 0}\frac{xe^x-\log(1+x)}{x^2}$ નુ મુલ્ય મળવો. 07

OR

Q.1 A જો વિધેય f(x) અને g(x) એ પ્રદેશગણ વિધેયો હોય તથા પર વ્યાખ્યાયિત વાસ્તવિક D l, $m \in \mathbb{R}$ હોય તો સાબિત કરો કે ,$\lim_{x\to a} f(x)g(x) = lm$. 07

B $\lim_{x\to 0}(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sin^2 x})$ નુ મુલ્ય મેળવો. 07

Q.2 A અનંત શ્રેઢી ના અભિસરણ માટે સરખામણી કસોટી લખી અને સાબિત કરો. 09

B $\sum\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$ શ્રેઢીનું અભિસરણ ચર્ચો. 05

OR

Q.2 A અનંત શ્રેઢી ના અભિસરણ માટે ડી-અલેમ્બર્ત ગુણોત્તર કસોટી લખી અને સાબિત કરો. 10

B $\sum\frac{2n+5}{n^3+4n+17}$ શ્રેઢીનું અભિસરણ ચર્ચો. 04

Q.3 A જો $y = \sin(m\sin^{-1}x)$; $x \in (-1, 1)$ હોય ,તો સાબિત કરો કે 07

$(1-x^2)y_{n+2}-(2n-1)xy_{n+1}-(n^2-m^2)y_n = 0.$

B જો $y = e^{ax}\sin(bx+c)$; a અને b એ શુન્યેત્તર વાસ્તવિક સંખ્યા તથા c કોઈ અચળાંક હોય, તો 07

$y_n = r^n e^{bx+c}\sin\{bx+c+\emptyset\}$,જ્યાં $a = r\cos\emptyset$ અને $b = r\sin\emptyset$.

OR

Q.3 A જો $I_n = \frac{d^n}{dx^n}(x^n\log x)$ હોય, તો સાબિત કરો કે $I_n = nI_{n-1}+(n-1)!$ અને તે પરથી મેળવો કે 10

$I_n = n!\left[\log x + 1 + \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right]$.

B $y = a\cos(\log x)+b\sin(\log x) \Longrightarrow (x^2)y_2+xy_1+y = 0.$ 04

Q.4 A $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\, dx$ નુ લઘુકરણ સુત્ર મેળવો. 07

B $\int \tan^n x\, dx$ નુ લઘુકરણ સુત્ર મેળવો. 07

OR

Q.4 A $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x\cos^n x\, dx$ નુ લઘુકરણ સુત્ર મેળવો. 10

B લઘુકરણ સુત્ર વડે કિમત મેળવો: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^8 2x\, dx$ 04

Q.5 A લાન્ગ્રાંજ નુ મધ્યકમાન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. 07

B sinx નુ $x-\frac{\pi}{2}$ ની ચઢતી ઘાત માં વિસ્તરણ કરો. 07

OR

Q.5 A રોલ નુ મધ્યકમાન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. 07

B e^x નુ x- 1 ની ચઢતી ઘાત માં વિસ્તરણ કરો,જ્યાં $x \in R$. 07

ENGLISH VERSION

Q.1	A	State and prove L'Hospital's first rule.	07
	B	Find value: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{xe^x-\log(1+x)}{x^2}$	07
		OR	
Q.1	A	If f(x) and g(x) are real valued function defined on domain D and $l,m \in \mathbb{R}$, then prove that $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = lm$.	07
	B	Find value: $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)$	07
Q.2	A	State and prove Comparison test for convergence of infinite series.	09
	B	Discuss convergence of $\sum\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$	05
		OR	
Q.2	A	State and prove De' Alembert ratio test for convergence of infinite series.	10
	B	Discuss convergence of $\sum\frac{2n+5}{n^3+4n+17}$	04
Q.3	A	If y = sin $(m\sin^{-1}x)$; $x \in (-1, 1)$, then prove that $(1-x^2)y_{n+2}-(2n-1)xy_{n+1}-(n^2-m^2)y_n = 0$.	07
	B	If $y = e^{ax}\sin(bx+c)$; a and b are non zero, c constant real numbers, then $y_n = r^n e^{bx+c}\sin\{bx+c+\emptyset\}$,where a = r cos $\emptyset$ and b = r sin $\emptyset$.	07
		OR	
Q.3	A	If $I_n = \frac{d^n}{dx^n}(x^n\log x)$, then prove that $I_n = nI_{n-1}+(n-1)!$ and hence derive $I_n = n!\left[\log x + 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right]$.	10
	B	$y = a\cos(\log x)+b\sin(\log x) \Longrightarrow (x^2)y_2+xy_1+y=0$	04
Q.4	A	Obtain reduction formula of $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n x\,dx$	07
	B	Obtain reduction formula of $\int\tan^n x\,dx$	07
		OR	
Q.4	A	Obtain reduction formula of $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^m x\cos^n x\,dx$	10
	B	Using reduction formula obtain value of $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^8 2x\,dx$	04
Q.5	A	State and prove Lagrange's mean value theorem.	07
	B	Expand sinx in increasing power of $x-\frac{\pi}{2}$.	07
		OR	
Q.5	A	State and prove Rolle's mean value theorem.	07
	B	Expand e^x in increasing power of x- 1,where $x\in R$	07