NEWCBCS B.Sc. SEM - I EXAMINATION

MAY -2017

PAPER NO.: BSCMATCC101

CALCULUS – I (MATHEMATICS -101)

TIME:2:30 HOURS

CODE NO: 20403

INSTRUCTIONS (1) ALL QUESTIONS ARE COMPULSORY.

(2)EACH QUESTION CARRY EQUAL MARKS

TOTAL MARKS:70

Q.1 A જો વિધેય f(x) અને g(x) એ પ્રદેશગણ D પર વ્યાખ્યાયિત વાસ્તવિક વિધેયો હોય તથા l, $m \in \mathbb{R}$ હોય , તો સાબિત કરો કે $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{l}{m}$; $g(x) \neq 0$, $m \neq 0$. [8]

B $\lim_{x\to 0} \frac{\log \cos^2 x}{\log \cos 2x}$ મેળવો. [6]

OR

Q.1 A લા'પીટલ નો બીજો નિયમ લખો અને સાબિત કરો. [7]

B $\lim_{x\to 0} \frac{3 \tan 4x - 12 \tan x}{3 \sin 4x - 12 \sin x}$ મેળવો. [7]

Q.2 A અનંત શ્રેઢી ના અભિસરણ માટેની p – કસોટી લખો અને સાબિત કરો. [8]

B શ્રેઢી $\sum \frac{n}{n^{\frac{3}{2}}+1} x^n$ ના અભિસરણ ની ચર્ચા કરો. [6]

OR

Q.2 A અનંત શ્રેઢી ના અભિસરણ માટેની ડી'એલમ્બર્ટની ગુણોત્તર કસોટી લખો અને સાબિત કરો. [9]

B $\sum_0^\infty \frac{1+2+3+\cdots+n}{n!} x^n$ ના અભિસરણ ની ત્રિજ્યા અને અંતરાલ મેળવો. [5]

Q.3 A લાયબ્નીઝનો પ્રમેય લખી અને સાબિત કરો. [7]

B જો $y = e^{4x} \sin^2 x \cos 4x$ હોય ,તો y_n મેળવો. [7]

OR

Q.3 A જો $y = x^n \log x$ હોય , તો સાબિત કરો કે $y_n = n y_{n-1} + (n-1)!$ અને તે પરથી તારવો કે $y_n = n! [\log x + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n}]$. [7]

B જો $y = \log(ax+b)$ હોય , તો સાબિત કરો કે $y_n = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)! a^n}{(ax+b)^n}$. [7]

Q.4 A $\int \sin^m x \cos^n x \, dx$ નુ લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો અને તે પરથી $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x \cos^n x$ નુ લઘુકરણ સૂત્ર તારવો. [9]

B વિધેય f એ [-a , a] પર સતત અને અયુગ્મ હોય તો $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$ સાબિત કરો. [5]

OR

Q.4 A વિધેય f એ [-a , a] પર સતત અને યુગ્મ હોય, તો $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$ સાબિત કરો. [7]

B $\int \tan^n x \, dx$ નુ લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો. [7]

Q.5 A $\sin x$ નું $(x - \frac{\pi}{2})$ ચઢતાં ઘાતમાં વિસ્તરણ કરો. [6]

B રોલ નુ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. [8]

OR

Q.5 A f, g અને h એ [a , b]માં વ્યાખ્યાયિત વિધેયો છે. જો તેઓ અંતરાલ [a , b] માં સતત અને અંતરાલ (a , b) માં વિકલનિય હોય ,તો ઓછામાં ઓછી એક કિંમત $c \in (a, b)$ મળે કે જેથી $\begin{vmatrix} f'(c) & g'(c) & h'(c) \\ f(a) & g(a) & h(a) \\ f(a) & g(b) & h(b) \end{vmatrix} = 0$ અને તે પરથી કોશીનું મધ્યકમાન પ્રમેય તરવો. [9]

B $e^x \sin x$ નુ x ના ચઢતાં ઘાતમાં વિસ્તરણ કરો. [5]

ENGLISH VERSION

Q.1 A If $f(x)$ and $g(x)$ are real valued function defined on domain D and $l, m \in \mathbb{R}$, then prove that $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{l}{m}$; $g(x) \neq 0, m \neq 0$. [8]

B Find: $\lim_{x \to 0} \frac{\log \cos^2 x}{\log \cos 2x}$. [6]

OR

Q.1 A State and prove L' Hospital 2^{nd} rule. [7]

B Find: $\lim_{x \to 0} \frac{3 \tan 4x - 12 \tan x}{3 \sin 4x - 12 \sin x}$. [7]

Q.2 A Derive p – test for convergence of infinite series. [8]

B Discuss the convergence of series $\sum \frac{n}{n^{\frac{3}{2}}+1} x^n$. [6]

OR

Q.2 A State and prove De' Alembert ratio test. [9]

B Obtain radius of convergence and interval of convergence of series $\sum_0^\infty \frac{1+2+3+\cdots+n}{n!} x^n$ [5]

Q.3 A State and prove Leibnitz's theorem. [7]

B If $y = e^{4x} \sin^2 x \cos 4x$, then find y_n. [7]

OR

Q.3 A If $y = x^n \log x$, then prove that $y_n = n y_{n-1} + (n-1)!$ and deduce that $y_n = n! [\log x + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n}]$. [7]

B If $y = \log(ax + b)$, then prove that $y_n = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)! a^n}{(ax+b)^n}$. [7]

Q.4 A Derive reduction formula of $\int \sin^m x \cos^n x \, dx$ and deduce reduction formula of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x \cos^n x \, dx$. [9]

B If f is continuous on [-a , a] and odd function , then prove that $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$ [5]

OR

Q.4	A	If f is continuous on [-a , a] and even function , then prove that $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$.	[7]
	B	Derive reduction formula of $\int \tan^{n} x \ dx$.	[7]
Q.5	A	Expand sin x in increasing ordered polynomials of (x - $\frac{\pi}{2}$).	[6]
	B	State and prove Rolle's theorem.	[8]

OR

Q.5	A	Let f , g and h are well defined functions in [a , b]. If they are continuous on [a , b] and differentiable in (a , b) , then prove that there exist at least one value c ϵ (a , b) for which $\begin{vmatrix} f'(c) & g'(c) & h'(c) \\ f(a) & g(a) & h(a) \\ f(a) & g(b) & h(b) \end{vmatrix} = 0$. By using of this derive Cauchy's Mean value theorem.	[9]
	B	Obtain expansion of $e^{x} \sin x$ in increasing polynomials of x.	[5]