NEWCBCS B.Sc. SEM - I EXAMINATION
OCT /NOV-2017
PAPER NO.:BSCMATCC – M-102
MATRIX ALGEBRA &THEORY OF EQUTIONS

CODE NO: 20404
TOTAL MARKS:70

TIME:2:30 HOURS

INSTRUCTIONS: (1) ALL QUESTIONS ARE COMPULSORY.
(2)EACH QUESTION CARRY EQUAL MARKS

Q.1 A જો A અને B એ સામાન્ય સમકક્ષ ચોરસ શ્રેણિકો હોય ,તો adj (AB) = adj (A) adj (B) સાબિત કરો. [7]

B જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ હોય, તો તેનો વ્યસ્ત શ્રેણિક મેળવો . [7]

OR

Q.1 A વર્ગસમ શ્રેણિક વ્યાખ્યાયિત કરી સાબિત કરો કે જો A વર્ગસમ શ્રેણિક હોય તો B = I – A પણ વર્ગસમ શ્રેણિક છે અને AB = BA = O. [7]

B જો A અને B હર્મીશિયન શ્રેણિક હોય,તો સાબિત કરો કે $A + B$, AA^* અને A^*A પણ હર્મીશિયન શ્રેણિક થાય છે. [7]

Q.2 A નિશ્ચાયક ની કોઈપણ હાર ના દરેક ઘટકો ને $k \in R$ વડે ગુણી અન્ય હારના અનુરૂપ ઘટકો માં ઉમેરતા નિશ્ચાયકનુ મૂલ્ય બદલાતું નથી . [7]

B હાર અસીલોન પદ્ધતિથી $2x + 5y - 8z = 8$, $4x + 3y - 9z = 9$, $2x + 3y - 5z = 7$ અને $x + 8y - 7z = 12$ નો ઉકેલો મેળવો. [7]

OR

Q.2 A નિશ્ચાયકની બધી જ હારોને અનુરૂપ સ્તંભોમાં ફેરવતા નિશ્ચાયકનુ મુલ્ય બદલાતું નથી. [7]

B આપેલ સમીકરણ સંહતિ $x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 5$, $2x_1 - x_3 - 3x_4 = 5$, $x_1 - 2x_2 - x_3 = 1$ અને $3x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 6$ સુસંગત છે કે નહિ તપાસો. [7]

Q.3 A જો $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ એ શ્રેણિક $A = [a_{ij}]_n$ ના લાક્ષણિક મુલ્યો હોય , તો A^4 ના લાક્ષણિક મુલ્યો $\lambda_1^4, \lambda_2^4, \ldots, \lambda_n^4$ છે એમ સાબિત કરો . [7]

B સાબિત કરો કે શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ના લાક્ષણિક મુલ્યો મેળવો. [7]

OR

Q.3 A શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 10 & 20 & 30 & 40 & 50 \\ 60 & 70 & 80 & 90 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{bmatrix}$ નો કોટી મેળવો. [7]

B શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ના લાક્ષણિક મુલ્યો મેળવો અને લાક્ષણિક સદીશો શોધો. [7]

Q.4 A કેલી હેમિલ્ટન પ્રમેય લખી સાબિત કરો. [8]

B સમીકરણ સંહતીને ક્રેમરની રીતથી ઉકેલો. $5x + 3y + 7z = 4$; $3x + 26y + 2z = 9$; $7x + 2y + 11z = 5$ [6]

OR

Q.4 A શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ નુ લાક્ષણિક સમીકરણ મેળવો અને $2A^5 - 3A^4 + A^2 - 4I$ વડે નિરૂપણ પામતો શ્રેણિક મેળવો. [7]

B શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \\ -4 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ માટે કેલી –હેમિલ્ટન પ્રમેય તપાસો. [7]

Q.5 A જો સમીકરણ $2x^3 + kx^2 + 5x + 1 = 0$ ના બીજો સમાંતર શ્રેણીમાં હોય તો k ની કિંમત મેળવો . [7]

B ફરારી ની રીતે સમીકરણ $x^4 + 8x^3 + 9x^2 - 8X - 10 = 0$ ઉકેલો. [7]

OR

Q.5 A જો α, β , γ એ સમીકરણ $2x^3 + 3x^2 - 4x + 1 = 0$ ના બીજો હોય , તો $\frac{1}{1-\alpha}, \frac{1}{1-\beta}, \frac{1}{1-\gamma}$ બીજો વાળું સમીકરણ મેળવો. [7]

B સમીકરણ $x^4 + 8x^3 + x^2 - x - 20 = 0$ માથી બીજુ પદ દૂર કરો.. [7]

ENGLISH VERSION

Q.1 A If A and B are equal ordered square matrices , then prove that adj (AB) = adj (A) adj (B) [7]

B Find the inverse of the matrix A = $\begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. [7]

OR

Q.1 A Define Idempotent matrix and prove that if A is idempotent matrix ,then [7]

B = I − A is also idempotent matrix and AB = BA = O

B If A and B are Hermitian matrices then prove that A + B , (A A^*) and (A^*A) are also symmetric matrices. [7]

Q.2 A Prove that The value of determinant is unchanged , if each element of any row of given determinant multiply with k ∈ R and add it to corresponding elements of other row. [7]

B Solve 2x + 5y – 8z = 8 , 4x + 3y - 9z = 9 , 2x + 3y - 5z = 7 and x + 8y – 7z = 12 by row-echelon method. [7]

OR

Q.2 A Prove: The value of determinant is unchanged if each rows of determinant is inter- changed in to corresponding columns. [7]

B Verify that system of linear equations $x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 5$, $2x_1 - x_3 - 3x_4 = 5$, $x_1 - 2x_2 - x_3 = 1$ and $3x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 6$ consistence or not ? [7]

Q.3 A If $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ are Eigen-values of matrix A = $[a_{ij}]_n$, then show that ${\lambda_1}^4, {\lambda_2}^4, \ldots, {\lambda_n}^4$ are Eigen-values of A^4 . [7]

B Fine Eigen-values of matrix A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. [7]

OR

Q.3 A Find rank of matrix A = $\begin{bmatrix} 10 & 20 & 30 & 40 & 50 \\ 60 & 70 & 80 & 90 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{bmatrix}$. [7]

B Find Eigen-value and Eigen-vector of matrix A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. [7]

Q.4 A State and prove Cayley-Hamilton theorem. [8]

B Solve the system of equations by crammer's rule. [6]

5x + 3y + 7z = 4 ; 3x + 26y + 2z = 9 ; 7x + 2y + 11z = 5

OR

Q.4 A Find characteristics equation of matrix A = $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ and deduce a matrix represented by $2A^5 - 3A^4 + A^2 - 4I$. [7]

B Verify cayley Hamilton theorem for the matrix A = $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \\ -4 & 0 & 7 \end{bmatrix}$. [7]

Q.5 A If roots of equation $2x^3 + kx^2 + 5x + 1 = 0$ are in arithmetic progression ,then find value of k. [7]

B Solve the equation $x^4 + 8x^3 + 9x^2 - 8X - 10 = 0$ by Ferrari's method. [7]

OR

Q.5 A If α, β , γ are roots of $2x^3 + 3x^2 - 4x + 1 = 0$,then find equation whose roots are $\frac{1}{1-\alpha}, \frac{1}{1-\beta}, \frac{1}{1-\gamma}$. [7]

B Remove the second term from the equation $x^4 + 8x^3 + x^2 - x - 20 = 0$ [7]