2 APR 2019

NEWCBCS B.Sc. SEM - I EXAMINATION

PAPER NO.:BSCMATCC – M-102

MATRIX ALGEBRA &THEORY OF EQUTIONS

CODE NO: 20404

TIME:2:30 HOURS

TOTAL MARKS:70

INSTRUCTIONS: (1) ALL QUESTIONS ARE COMPULSORY.

(2)EACH QUESTION CARRY EQUAL MARKS

Q.1 A હર્મિશીયન શ્રેણિક અને વિ- હર્મિશીયન શ્રેણિક વ્યાખ્યાયિત કરો અને સાબિત કરો કે $\begin{bmatrix} 1 & 2+i \\ 2-i & 6 \end{bmatrix}$ હર્મિશીયન શ્રેણિક છે અને $\begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 6 \end{bmatrix}$ વિ- હર્મિશીયન શ્રેણિક છે. 08

B નીચે ના ઉદાહરણ સાથે વ્યાખ્યાયિત કરો. 06

(i) વિકર્ણી શ્રેણિક (ii) એકમ શ્રેણિક (iii)શૂન્ય શ્રેણિક

OR

Q.1 A જો $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ અને $B = [b_{ij}]_{n \times p}$ પ્રકારના ચોરસ શ્રેણિકો હોય તો સાબિત કરો કે, $(AB)^T = B^T A^T$. 07

B $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 6 \\ 5 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ ને સંમિત શ્રેણિક અને વિ સંમિત -શ્રેણિક ના સરવાળા તરીકે દર્શાવો. 07

Q.2 A સાબિત કરો કે નિશ્ચાયકની દરેક હારને અનુરૂપ સ્તંભ માં ફેરવતા નિશ્ચાયક ની કિમત બદલાતી નથી. 05

B જો $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે, $A^3 = A^{-1}$. 09

OR

Q.2 A જો A અને B વ્યસ્ત સંપન્ન શ્રેણિક હોય તો સાબિત કરો, $(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$. 07

B સુરેખ અવલંબીતતાની વ્યાખ્યા આપો અને સાબિત કરો કે {(2, 3 ,4,-1), (5,2,0,-1),(-4,5,12,-1)} સુરેખ અવલંબી છે. 07

Q.3 A શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & -5 \\ 6 & 7 & 0 & -9 & 8 \\ 3 & -4 & 5 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ નો કોટી મેળવો. 07

B જો $A = [a_{ij}]$ નુ લાક્ષણિક મુલ્ય λ હોય તો સાબિત કરો કે(i) $\frac{1}{\lambda}$ એ A^{-1} નુ લાક્ષણિક મુલ્ય થાય ii) $\frac{|A|}{\lambda}$ એ (adj A) લાક્ષણિક મુલ્ય થાય. 07

OR

Q.3 A શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ ના લાક્ષણિક મુલ્યો મેળવો અને લાક્ષણિક સદીશો શોધો. 07

B શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & -1 \\ 5 & 2 & 0 & -1 \\ -4 & 5 & 12 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ નો કોટી મેળવો. 07

Q.4 A કેલે- હેમિલ્ટન પ્રમેય લખી સાબિત કરો 07

B ક્રેમર ના સૂત્ર વડે સમીકરણ સહંતિ $x + y + z = 9$, $2x + 5y + 7z = 52$ અને $2x + y - z = 0$ ઉકેલો. 07

www.mkbuonline.com

www.mkbuonline.com

OR

Q.4 A શ્રેણિક $A=\begin{bmatrix}3 & -3 & 4\\ 2 & -3 & 4\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix}$ નું લાક્ષણિક સમીકરણ મેળવો અને કેલે-હેમિલ્ટન પ્રમેયની ચકાસણી કરો અને A^{-1} મેળવો. 07

B ક્રેમર ના સૂત્ર વડે સમીકરણ સંહતિ $x + y + z = 6$, $2x +3y + 2z = 4$ અને $-x +2 y +z = 2$ નો ઉકેલ $x = 3$, $y = 2$ અને $z = 1$ છે તેમ બતાવો. 07

Q.5 A કાર્ડન ની રીતે સમીકરણ $x^3-15x^2-357x + 5491= 0$ ઉકેલો. 07

B જો સમીકરણ $x^3 - 4x^2 - 9X + 36 = 0$ ના બે બીજનો સરવાળો શૂન્ય હોય તો સમીકરણ ના બીજ મેળવો. 07

OR

Q.5 A ફેરારી ની રીતે સમીકરણ $x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x + 3 = 0$ ઉકેલો. 07

B જો સમીકરણ $ax^3 + 3bx^2 +3cx + d = 0$, $a\neq 0$ ના બીજ સમગુણોત્તર શ્રેણીમાં છે. સાબિત કરો કે $b^3d = c^3a$ 07

ENGLISH VERSION

Q.1 A Define: Hermitian matrix and skew-Hermitian matrix and prove that $\begin{bmatrix}1 & 2+i\\ 2-i & 6\end{bmatrix}$ is Hermitian matrix and $\begin{bmatrix}0 & i\\ i & 6\end{bmatrix}$ is skew-Hermitian matrix. 08

B Define followings with examples: 06
(i) diagonal matrix (ii) Identity matrix (iii) null matrix.

OR

Q.1 A If $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ and $B = [b_{ij}]_{n\times p}$ are matrices then prove that $(AB)^T = B^TA^T$. 07

B Express $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 0 & 6\\ 5 & 6 & 9\end{bmatrix}$ as sum of Symmetric matrix and skew-symmetric matrix. 07

Q.2 A Prove: The value of determinant is unchanged, if every row of determinant is inter changed to corresponding column. 05

B If $A=\begin{bmatrix}3 & -3 & 4\\ 2 & -3 & 4\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix}$ then prove that $A^3 = A^{-1}$. 09

www.mkbuonline.com

OR

Q.2 A If A and B are invertible matrices of order n, then prove that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. 07

B Define linearly dependent and prove that {(2, 3 ,4,-1), (5,2,0,-1),(-4,5,12,-1)}is linearly dependent. 07

Q.3 A Find rank of A = $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & -5 \\ 6 & 7 & 0 & -9 & 8 \\ 3 & -4 & 5 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ 07

B If λ is the eigen values of invertible matrix A = $[a_{ij}]$,then show that, 07

(i) $\frac{1}{\lambda}$ is the eigen values of A^{-1} and

(ii) $\frac{|A|}{\lambda}$ is the eigen value of (adj A)

OR

Q.3 A Find Eigen values and Eigen vectors of = A$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ 07

B Find rank of A = $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & -1 \\ 5 & 2 & 0 & -1 \\ -4 & 5 & 12 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$. 07

Q.4 A State and prove Cayley-Hamilton theorem. 07

B Solve system of equations x + y + z = 9 , 2x +5y + 7z = 52 and 2x + y – z = 0 using Cramer's rule. 07

OR

Q.4 A Find the characteristic equation of the matrix A = $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ and verify Cayley-Hamilton theorem and obtain A^{-1} 07

B Using cramer's rule prove that solution of system of equations x + y + z = 6 , 2x +3y + 2z = 4 and -x +2 y +z = 2 is x = 3, y = 2 and z = 1 07

Q.5 A Solve the equation $x^3 - 15x^2 - 357x + 5491 = 0$ by cardan's method. 07

B If sum of two roots of equation $x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = 0$ is 0 then find the roots of equation. 07

OR

Q.5 A Solve the equation $x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x + 3 = 0$ by Ferrari's method. 07

B If the roots of equation $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$, $a \neq 0$ are in GP then prove that $b^3d = c^3a$ 07]

www.mkbuonline.com