CODE : 2591 SEM-I EXAMINATION - 2015

M-102 : THEORY OF METRICES AND CO-ORDINATE GEOMETRY

TIME : 2 HOURS TOTAL MARKS:70

INSTRUCTIONS: (1) All questions are compulsory.
(2) Each question carries equal marks.

Q.1 A જો A અને B વ્યસ્ત સંપન્ન શ્રેણિક હોય તો સાબિત કરો કે $(AB)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$ [6]

B $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 8 & 7 & 5 \end{bmatrix}$ ની કોટી મેળવો.. [8]

OR

Q.1 A જો $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $A^3 = A^{-1}$. [10]

B જો $A = \begin{bmatrix} 5 & 2-i & -3i \\ 2-i & -3 & 1-i \\ 3i & 1+i & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો હરમિશ્યન શ્રેણિક છે કે નહિ તપાસો. [4]

Q.2 A કેલી –હેમિલ્ટન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. [7]

B શ્રેણિકનુ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ લાક્ષણિક સમીકરણ અને લાક્ષણિક સદિશ મેળવો [7]

OR

Q.2 A જો A = {(6,1,1,1) ,(10,1, −1,5) ,(7,2,3,0)} હોય તો સુરેખ સ્વાયત છે કે નહિ તપાસો. [7]

B (1)જો $A = [a_{ij}]$ ના લાક્ષણિક મૂલ્યો λ_1 , λ_2 λ_3 .... λ_n હોય તો સાબિત કરો કે A^3 ના લાક્ષણિક મૂલ્યો $\lambda_1{}^3$ $\lambda_2{}^3$,....... $\lambda_n{}^3$ થાય. [7]

(2) જો $A = [a_{ij}]$ નુ લાક્ષણિક મુલ્ય λ હોય તો સાબિત કરો કે

(i) $\frac{1}{\lambda}$ એ A^{-1} નુ લાક્ષણિક મુલ્ય થાય અને

(ii) $\frac{|A|}{\lambda}$ એ (adj A) લાક્ષણિક મુલ્ય થાય.

Q.3 A પ્રાથમિક પ્રક્રિયાથી સમીકરણ સંહતી [7]

$2x_1 - 3x_2 + x_3 = -2$

$2x_1 + x_2 - x_3 = 6$

$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$ ની ઉકેલ મેળવો.

B $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}$ શ્રેણિક માટે કેલી –હેમિલ્ટન પ્રમેય તપાસો. [7]

OR

Q.3 A સમીકરણ સંહતીને ક્રેમરની રીતથી ઉકેલો. [7]

5X + 3Y +7Z = 4 ; 3 X +26Y +2Z = 9 ; 7X +2Y +11Z = 5

B નીચે આપેલ સમીકરણ સંહતી સુસંગત છે કે નહિ તપાસો. [7]

$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 5$

$2x_1 - x_3 - 3x_4 = 5$

$x_1 - 2x_2 - x_3 = 1$

$3x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 6$

Q.4 A ચતુર્થઘાત સમીકરણનું સંક્ષેપન સ્વરૂપ મેળવો. [7]

B $x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 4X + 5 = 0$ સમીકરણનુ સંક્ષેપન સ્વરૂપ મેળવો. [7]

OR

Q.4 A સમીકરણ $2x^3 + 9x^2 + 8X + 2 = 0$ ના દરેક બીજ કરતા 1 ઓછી કિંમતવાળા બીજવાળુ સમીકરણ મેળવો. [7]

B સમીકરણ $x^3 - 3x^2 + 9X - 14 = 0$ કાર્ડનની રીતથી ઉકેલો. [7]

Q.5 A બે ભિન્ન બિંદુમાથી પસાર થતી સુરેખાનુ વ્યાપક ધ્રુવીય સમીકરણ મેળવો [7]

B નીચેના ધ્રુવીય સમીકરણોનુ કાર્ટેઝીય સમીકરણમા રૂપાંતર કરો. [7]

(1) $r\cos 2\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}$

(2) $r = \cos(\theta - \alpha)$

(3) $r(\cos 3\theta + \sin 3\theta) = \sin\theta\cos\theta$.

OR

A (1) સાબિત કરો કે સમીકરણ $r = a\cos\theta + b\sin\theta$, વતુળનું નિરૂપણ કરે છે જ્યા a , b અચળાંકો છે. અને તેનુ કેન્દ્ર તથા ત્રિજ્યા મેળવો. [7]

(2) નીચે આપેલા કેન્દ્ર તથા ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળોના ધ્રુવીય સમીકરણો મેળવો.

(i) $(4, \frac{\pi}{6})$;3 (ii) $(13, \tan^{-1}\frac{5}{12})$;17

B શાંકવના ધ્રુવીય સમીકરણો મેળવો. [7]

ENGLISH VERSION

Q.1 A If A and B are invertible matrices of order n then prove that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. [6]

B Find the rank of matrix A = $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 8 & 7 & 5 \end{bmatrix}$ [8]

OR

Q.1 A If A = $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ then prove that $A^3 = A^{-1}$. [10]

B If A = $\begin{bmatrix} 5 & 2-i & -3i \\ 2-i & -3 & 1-i \\ 3i & 1+i & 0 \end{bmatrix}$ then verify it is hermitian or not ? [4]

Q.2 A State and prove cayley –Hamilton theorem. [7]

B Find the Eigen values and Eigen vectors of the matrix A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ [7]

OR

Q.2 A If A = {(6,1,1,1) ,(10,1,-1,5) ,(7,2,3,0)} then verify A is linearly independent or not ? [7]

B (1)If λ_1 , λ_2 λ_3 ,.......... λ_n are the eigen values of A =$[a_{ij}]$ then prove that, $\lambda_1{}^3$ $\lambda_2{}^3$,....... $\lambda_n{}^3$ are the eigen values of A^3 . [7]

(2) if λ is the eigen values of invertible matrix A = $[a_{ij}]$,then show that,

(i) $\frac{1}{\lambda}$ is the eigen values of A^{-1} and

(ii) $\frac{|A|}{\lambda}$ is the eigen value of (adj A)

Q.3 A Find the solution of the system of the equations by elementary process. [7]

$2x_1 - 3x_2 + x_3 = -2$

$2x_1 + x_2 - x_3 = 6$

$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$

B Verify cayley Hamilton theorem for the matrix A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}$ [7]

OR

Q.3 A Solve the system of equations by crammer's rule. [7]

5X + 3Y + 7Z = 4 ; 3X + 26Y + 2Z = 9 ; 7X + 2Y + 11Z = 5

[7]

B Verify that the following system of linear equation is consistence or not ?

$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 5$

$2x_1 - x_3 - 3x_4 = 5$

$x_1 - 2x_2 - x_3 = 1$

$3x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 6$

Q.4 A Obtain reduction form of bi-quadratic equation. [7]

B Find the reduction form of the equation $x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 4X + 5 = 0$ [7]

OR

Q.4 A Find the equation whose all roots are less by 1 than those of the equation [7]

$2x^3 + 9x^2 + 8X + 2 = 0$

B Solve the equation by cardan's method: [7]

$x^3 - 3x^2 + 9X - 14 = 0$

Q.5 A Find the polar equation of st.line passing through the two points. [7]

B Transform the equation into Cartesian equation: [7]

(1) r cos 2θ = 2 $sin^2 \frac{\theta}{2}$

(2) r = cos ($\theta - \alpha$)

(3) r (cos 3θ + sin 3θ) = sin θ cos θ .

OR

Q.5 A (1)Prove that the equation r = $a \cos\theta$ + b sinθ , a and b are Non-zero constants represent the circle. Also find its centre and radius. [7]

(2) Find the polar equation of the circles having centers and radius are:

(i) $(4, \frac{\pi}{6})$; 3 (ii) $(13, tan^{-1}\frac{5}{12})$; 17

B Obtain the polar equation of conic. [7]