

15 APR 2019

Code:20611

B.Sc.Sem-II, Examination-April, 2019

STAT-CC- 201

Mathematical Statistics-I

Time: $2\frac{1}{2}$ Hours

Marks: 70

- Instructions:** 1) There are 5 compulsory questions in this question paper.
2) All questions carry equal marks.
3) Use of Scientific calculator is allowed.

- Q1 a) Define the following terms: 8
(1) mutually Exclusive Events (2) conditional probability
(3) Exhaustive Events (4) mutual independence of three events
b) In usual notations prove that 6
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

OR

- Q1 a) Answer the following: 8
(1) If A and B are independent events, Prove that A and B' are also independent events.
(2) Explain the following:
i) Primary Events and Compound Events.
ii) Relative Frequency Approach to probability.
b) Two group of workers have the following composition: 6
Group 1: 3 Men and 1 Woman.
Group 2: 2 Men and 2 Women.
One worker is selected at random from each group. What is the probability that the selection consist of 1 man and 1 woman?

- Q2 a) Define Mathematical Expectation. In usual notations, prove that 8
$$E(XY) = E(X) E(Y), \text{ if } X \text{ and } Y \text{ are independent random variable.}$$

b) The probability function of a random variable X is 6
- | | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 7 |
| P(x) | 0.1 | 0.3 | 0.4 | 0.1 | 0.1 |
- Find (i) E(X) (ii) V(x).

OR

- Q2 a) Define the following terms: 8
i) Discrete Prob. distribution. ii) Continuous random variable
iii) Moment generating Function iv) Cumulative Distribution Function.
b) If the probability distribution of a random variable X is given by 6
- | | | | | |
|-------------|---|----|----|----|
| Value of X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Probability | k | 3k | 2k | 6k |
- (1) determine the constant k.
(ii) find Mean and Variance of distribution.

- Q3 a) Define raw moments and central moments. In usual notations, prove that: 8

$$\mu_r = \mu_r' - \binom{r}{1} \mu_{r-1}' \mu_1' + \binom{r}{2} \mu_{r-2}' \mu_1'^2 - \binom{r}{3} \mu_{r-3}' \mu_1'^3 + \dots + (-\mu_1')^r, \text{ here } r=1, 2, 3, \dots$$

Hence express μ_3 in terms of raw moments.

- b) Define Probability distribution of a discrete random variable X. If 6

$$f(x) = Cx \quad \text{for } x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$= 0 \quad \text{elsewhere}$$

Is a probability function of a random variable X,

(1) Determine the constant C, (2) Find $P[X > 3]$ and $P[1 < X \leq 5]$.

OR

- Q3 a) Define moment generating function of a random variable X. Prove any two 6

property of MGF and Show that $M_x(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \mu_r'$ [in usual notations]

- b) If $f(x) = C\sqrt{x}$; $0 < x < 4$ 8
 $= 0$; elsewhere,

Find, (1) Constant C, (2) Standard Deviation

- Q4 a) State the suitable conditions for the application of a Binomial probability 9
distribution. Obtain its mean and standard deviation.

- b) A r.v. x has a Binomial probability distribution with mean 6 and variance 3.6. 5
Find $P[x=4]$ and MGF of x.

OR

- Q4 a) Define a Bernoulli probability distribution. Find its MGF, mean and standard 8
deviation.

- b) During a promotional campaign of a new drink, a soft drink company places 6
prize-winning caps on one of every ten bottles. Hoping to win a prize, a child
decides to buy a bottle of new cola each day for one full week. What is
probability that the child will win prize –
i. At least one day?
ii. None of the days?
iii. All the days?

- Q5 a) Define Poisson distribution. State its important properties. 8

- b) If a random variable X follows a Poisson Distribution with a parameter λ , 6
such that; $P(X=2) = P(X=3)$.

Also, determine the probabilities: i) $P(X < 3)$, ii) $P(1 < X < 4)$,

OR

- Q5 a) Derive expression for m.g.f. and c.g.f. of Poisson Distribution. 8

- b) The number of complaints that a dry-cleaning establishment receives per day is 6
a random variable having a poisson distribution with $\lambda = 3.3$. Find the prob.
That

- i) it will receive only two complaints on any given day.
ii) at the most two complaints per day.

15 APR 2019

Code:20611

B.Sc.Sem-II, Examination-April, 2019
STAT-CC- 201
Mathematical Statistics-I

Time: 2½ Hours

Marks: 70

Gujarati Version

સુચનાઓ: ૧) આ પ્રશ્નપત્રમાં પાંચ ફરજિયાત પ્રશ્નો છે.

૨) તમામ પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.

૩) સાઈન્ટીફિક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

Q1 a) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો: 8

(૧) પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ (૨) શરતી સંભાવના,

(૩) નિ:શેષ ઘટનાઓ (૪) ત્રણ ઘટનાઓની પરસ્પર નિરપેક્ષતા

b) સંભાવના નો સરવાળાનો નિયમ કથન લખીને સાબિત કરો. 6

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

અથવા

Q1 a) નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો: 8

(1) જો A અને B નિરપેક્ષ ઘટના હોય તો, સાબિત કરો કે A અને B' પણ નિરપેક્ષ ઘટનાઓ છે.

(2) નીચેના પદો સમજાવો:

(i) પ્રાથમિક અને સંયુક્ત ઘટનાઓ, (ii) સંભાવના નો સાપેક્ષ આવૃત્તિ અભિગમ.

b) કામદારોના બે સમૂહોની રચના નીચે મુજબ છે: 6

સમૂહ 1 : 3 પુરુષો અને 1 સ્ત્રી

સમૂહ 2 : 2 પુરુષો અને 2 સ્ત્રી

પ્રત્યેક સમૂહમાંથી એક કામદાર યદ્યચ્છરીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. પસંદગીમાં એક પુરુષ અને એક સ્ત્રીનો સમાવેશ થાય તે ઘટના ની સંભાવના કેટલી છે?

Q2 a) યદ્યચ્છ ચની ગણિતિક અપેક્ષાની વ્યાખ્યા આપો તથા સામાન્ય સંકેતોમાં સાબિત કરો કે- જો X 8
અને Y નિરપેક્ષ યદ્યચ્છ ચલ હોય તો

$$E(XY) = E(X) E(Y)$$

b) યદ્યચ્છ ચલ X નું સંભાવના વિતરણ છે, તેના માટે 6

x	1	2	3	4	7
સંભાવના	0.1	0.3	0.4	0.1	0.1

(1) E(x) (2) V(x) મેળવો.

અથવા

Q2 a) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો. 8

(1) અસતત સંભાવના વિતરણ (2) સતત યદ્યચ્છ ચલ

(3) પ્રઘાત સર્જક વિધેય (4) સંચયી વિતરણ વિધેય

b) જો એક અસતત યદ્યચ્છ ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે- 6

X-ની કિંમતો	0	1	2	3
સંભાવના	k	3k	2k	6k

તો (i) અચળ k ની કિંમત મેળવો. (ii) વિતરણના મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. 8

Q3 a) સાદા અને કેન્દ્રીય પ્રઘાતોની વ્યાખ્યા આપો. સાબિત કરો કે- (સામાન્ય સંકેતોમાં)

$$\mu_r = \mu_r - \binom{r}{1} \mu_{r-1} \mu_1 + \binom{r}{2} \mu_{r-2} \mu_1^2 - \binom{r}{3} \mu_{r-3} \mu_1^3 + \dots + (-\mu_1)^r \quad \text{જ્યાં } r = 1, 2, 3, \dots$$

તે પરથી μ_3 ને સાદા પ્રઘાતોના સંદર્ભે રજૂ કરો.

- b) અસતત યદ્દશ્ચ ચલ X ના સંભાવના વિતરણ ની વ્યાખ્યા આપો. 6
 જે $f(x) = Cx$ for $x = 1,2,3,4,5,6$
 $= 0$; અન્યત્ર ,

એ યદ્દશ્ચ ચલ X નું સંભાવના વિધેય હોય તો,

- (1) અચલ C ની કિંમત નક્કી કરો.
 (2) $P[X > 3]$ અને $P[1 < X \leq 5]$ શોધો.

અથવા

- Q3 a) યદ્દશ્ચ ચલ X ના પ્રઘાત સર્જક વિધેયની વ્યાખ્યા આપો. કોય પણ બે ગુણધર્મોની સાબિતી આપી દર્શાવો કે(સામાન્ય સંકેતોમાં) 6

$$M_x(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \mu_r'$$

- b) જે, $f(x) = c\sqrt{x}$; $0 < x < 4$
 $= 0$ અન્યત્ર 8

હોય તો,

- (1) અચળ C ,
 (2) પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

અથવા

- Q4 a) દ્વિપદી સંભાવના વિતરણના ઉપયોગમાટેની ઉપયુક્ત શરતો લખો. તેના મધ્યક અને 9 પ્રમાણિત વિચલન મેળવો. 9
 b) એક યદ્દશ્ચ ચલ x , મધ્યક 6 અને વિચરણ 3.6 વાળું દ્વિપદી વિતરણ ધરાવે છે, તો $P[x=4]$ અને x નું M.G.F શોધો 5

અથવા

- Q4 a) બર્નોલી સંભાવના વિતરણની વ્યાખ્યા આપો. તેના પ્ર. સ. વિ, મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન શોધો. 8

- b) એક નવા પીણા ને સ્થાપિત કરવાના પ્રચાર કાર્યક્રમ દરમ્યાન એક ઠંડા પીણાની કંપની પ્રત્યેક દસ બોટલ્સ પૈકી એક ઉપર ઈનામી ઢાંકણ લગાડે છે. ઈનામ જીતવાની આશા સાથે એક બાળક એક અઠવાડીયાના પ્રત્યેક દિવસે આ નવી કોલાની એક બોટલ ખરીદવાનું નક્કી કરે છે, આ બાળક -

- 1) ઓછામાં ઓછા એક દિવસે,
 2) કોઈ પણ દિવસે નહિ, અને
 3) બધા દિવસો એ

ઈનામ જીતે તે ઘટનાની સંભાવનાઓ શું થશે?

- Q5 a) પોયસાં વિતરણની વ્યાખ્યા આપીને તેના ગુણધર્મો લખો. 8
 b) એક યદ્દશ્ચ ચલ X , λ પ્રચલ ધરાવતા પોઈસાં વિતરણ ને અનુસરે છે કે જેથી $P(X=2) = P(X=3)$ છે તો: i) $P(X < 3)$, ii) $P(1 < X < 4)$, ની કિંમત મેળવો. 6

અથવા

- Q5 a) પોયસાં વિતરણના પ્રઘાત સર્જક વિધેય અને યોગઘાત સર્જક વિધેય તારવો. 8
 b) એક ડ્રાઈ-ક્લીનીંગ કંપની ને મળતી દૈનિક ફરીયાદોની સંખ્યા એ એક યદ્દશ્ચ ચલ છે. જે $\lambda = 3.3$ ધરાવતા પોયસાં વિતરણ ને અનુસરે છે. 6

- i) કોઈ ચોક્કસ દિવસે તેને માત્ર 2 જ ફરીયાદો મળે
 ii) કોય ચોક્કસ દિવસે વધુ માં વધુ 2 ફરીયાદ આવે તે ઘટનાની સંભાવના શોધો.