

B Sc . Sem III
Code-3299/497 APRIL -2015
PAPER - ST- 301

MATHEMATICAL STATISTICS -I

TIME: $2\frac{1}{2}$ Hours

Marks: 70

INSTRUCTIONS: 1) There are 5 compulsory questions in this question paper.

2) All questions carry equal marks.

3) Use of Scientific calculator is allowed.

4) Statistical Tables and graph paper will be provided on request.

Q1 a) Explain the following terms giving example: 9

(1) Random Experiment

(2) Union of two Events

(3) Mutually Exclusive Events,

b) In usual notations, prove $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. 5

OR

Q1 a) Answer the following: 9

(1) Two fair dice are rolled. Find the probability that the sum on the up turned faces of two dice is equal to 7.

(2) The probability that it is Friday and that a student is absent is 0.03. Since there are 5 school days in a week, the probability that it is Friday is 0.2. What is the probability that a student is absent given that today is Friday?

b) Explain giving example, the partition of a sample space and State the Bayes's theorem. 5

Q2 a) State the differences between a discrete probability function and a continuous probability density function. 7

b) If $f(x) = c x^3, 0 < x < 1$
 $= 0$ elsewhere 7

is a probability density function of a random variable X,

(1) Determine the constant C,

(2) $\Pr(X > 0.5)$,

OR

- Q2 a) Explain the following terms: 9
i. Random variable,
ii. Discrete random variable, and
iii. Cumulative distribution function.
b) If the probability distribution of a discrete random variable X is given 5
by-

Values of X	0	1	2	3
Probability	k	2k	6k	3k

Then find –

- i. Constant k,
ii. $P[X > 1]$
iii. Cumulative distribution function.
- Q3 a) Explain giving example the following terms: 7
(1) Conditional probability (2) Independence of three events.
(3) Mathematical Expectation .
b) Given the Probability density function of a r. v. X as 7

$$f(x) = 2(1-x) \quad ; 0 < x < 1$$
$$= 0 \quad ; \text{elsewhere,}$$

Compute, (1) $P[0 < X < 1/4]$ (2) Mean
(3) Standard Deviation

OR

- Q3 a) In usual notations. Prove following 9
(i) $\Pr(A \cap \bar{B}) = \Pr(A) - \Pr(A \cap B)$
(ii) $\Pr(B - A) = \Pr(B) - \Pr(A)$, if $A \subset B$.
b) Explain the Axiomatic approach to probability. 5
- Q4 a) Define mathematical expectation of a random variable, prove that 9
[In usual notations]
 $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$,
b) Given X is a random variable having the probability distribution 5

Value of X	0	1	2
Probability	0.3	0.2	0.5

Find i. $P[X \leq 1]$ ii. $E(X)$, iii. C.D.F.

OR

- Q4 a) Define raw moments and central moments. In usual notations, prove that: 10

$$\mu_r = \mu_r' - \binom{r}{1} \mu_{r-1}' \mu_1' + \binom{r}{2} \mu_{r-2}' \mu_1'^2 - \binom{r}{3} \mu_{r-3}' \mu_1'^3 + \dots + (-\mu_1')^r,$$

Where $r=1, 2, 3, \dots$

Hence express μ_3 in terms of raw moments.

- b) If $E(X) = 4$ and $E(X^2) = 52$ then, 4
find $E(X+3)$, $E(2X-5)$, $V(X)$.

- Q5 a) Define moment generating function of a random variable X. 9

Show that $M_x(t) = 1 + \frac{t}{1!} \mu_1' + \frac{t^2}{2!} \mu_2' + \dots$ [in usual notations]

- b) The probability function of a random variable X is 5

X	1	2	3	4	7
P(x)	0.1	0.3	0.4	0.1	0.1

Find (1) $E(X)$ and (2) M.G.F. of it.

OR

- Q5 a) State and prove multiplication theorem of expectation. 7
b) A bakery has the following schedule of daily demand for cakes. 7

No. of cakes demanded (in hundreds)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Probability	0.02	0.07	0.09	0.12	0.20	0.20	0.18	0.10	0.01	0.01

Find the expected number of cakes demanded per day

GUJARATI VERSION

સુચનાઓ: ૧) આ પ્રશ્નપત્રમાં પાંચ ફરજિયાત પ્રશ્નો છે.

૨) તમામ પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.

૩) સાઈન્ટીફિક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.

૪) ગ્રાફ પેપર અને આંકડાશાસ્ત્રીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી મેળવી શકાશે.

- Q1 a) નીચેના પદો ઉદાહરણ આપીને સમજાવો: 9
 (૧) યદ્યચ્છ પ્રયોગ (૨) બે ઘટનાઓની યોગ ઘટના
 (૩) પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ
- b) સામાન્ય સંકેતોમાં સાબિત કરા કે : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. 5
અથવા
- Q1 a) નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો: 9
 (૧) બે નિષ્પક્ષ પાસાઓને ઉછાળવામાં આવે છે. બન્ને પાસાપર ઉપર આવેલા અંકોનો સરવાળો ૭ થાય, તે ઘટનાની સંભાવના શોધો.
 (૨) જો શુક્રવાર હોય અને વિદ્યાર્થી ગેરહાજર હોય, તો તેની સંભાવના 0.03 છે. શાળા અઠવાડિયાનાં ૫ દિવસ ચાલતી હોવાથી શુક્રવાર હોય તો તેની સંભાવના 0.2 છે. જો આજે શુક્રવાર હોય, તેમ આપેલ હોય તો વિદ્યાર્થી ગેરહાજર છે, તેની સંભાવના કેટલી હશે?
- b) નિદર્શાવકાશનું વિભાજન ઉદાહરણ આપીને સમજાવો અને બેઈઝના પ્રમેયનું કથન લખો. 5
- Q2 a) અસતત સંભાવના વિધેય અને સતત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય વચ્ચેના તફાવતો લખો. 7
- b) જો $f(x) = cx^3, 0 < x < 1$; 7
 $= 0$ અન્યત્ર ,
 એ યદ્યચ્છ ચલ X નું સંભાવના વિધેય હોય તો,
 (૧) અચલ C ની કિંમત નક્કી કરો.
 (૨) $\Pr(X > 0.5)$ શોધો.
- અથવા**
- Q2 a) નીચેના પદો સમજાવો. 9
 ૧) યદ્યચ્છ ચલ
 ૨) અસતત યદ્યચ્છ ચલ, અને
 ૩) સંચયી વિતરણ વિધેય.
- b) જો એક અસતત યદ્યચ્છ ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ હોય, 5
- | | | | | |
|------------|---|----|----|----|
| X ની કિંમત | 0 | 1 | 2 | 3 |
| સંભાવના | k | 2k | 6k | 3k |
- તો ૧) અચળ K
 ૨) $P[X > 1]$
 ૩) સંચયી વિતરણ વિધેય શોધો

Q3 a) નીચેના પદો ઉદાહરણ આપીને સમજાવો: 7

- (૧) શરતી સંભાવના
- (૨) ત્રણ ઘટનાઓની નિરપેક્ષતા
- (૩) ગણિતિક અપેક્ષા

b) યદચ્છ ચલ X નું સં. ઘ વિ. 7

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & ; 0 < x < 1 \\ 0 & \text{અન્યત્ર} \end{cases}$$

પ્રમાણે હોય તો,

(૧) $P[0 < X < 1/4]$ (૨) મધ્યક

(૩) પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

અથવા

Q3 a) સામાન્ય સંકેતોમાં સાબિત કરા કે : 9

$$(i) \Pr(A \cap \bar{B}) = \Pr(A) - \Pr(A \cap B)$$

$$(ii) \Pr(B - A) = \Pr(B) - \Pr(A), A \subset B$$

b) સંભાવના ના પૂર્વધારણા યુક્ત અભિગમને સમજાવો. 5

Q4 a) યદચ્છચલની અપેક્ષા વ્યાખ્યાયિત કરો. સાબિત કરો કે (સામાન્ય સંકેતોમાં) 9

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y),$$

b) જો યદચ્છ ચલ X નું સંભાવના વિધેય 5

X ની કિંમત	0	1	2
સંભાવના	0.3	0.2	0.5

હોય તો i. $P[X \leq 1]$ ii. $E(X)$ iii. C.D.F. શોધો.

અથવા

Q4 a) સાદા અને કેન્દ્રીય પ્રઘાતોની વ્યાખ્યા આપો. સાબિત કરો કે- (સામાન્ય સંકેતોમાં) 10

$$\mu_r = \mu_r' - \binom{r}{1} \mu_{r-1}' \mu_1' + \binom{r}{2} \mu_{r-2}' \mu_1'^2 - \binom{r}{3} \mu_{r-3}' \mu_1'^3 + \dots + (-\mu_1')^r$$

જ્યાં $r=1, 2, 3, \dots$

તે પરથી μ_3 ને સાદા પ્રઘાતોના સંદર્ભે રજૂ કરો.

b) જો $E(X) = 4$ અને $E(X^2) = 52$ હોય તો, 4

$E(X+3)$, $E(2X-5)$, $V(X)$ શોધો.

Q5 a) યદચ્છ ચલ X ના પ્રઘાત સર્જક વિધેયની વ્યાખ્યા આપો. દર્શાવો કે (સામાન્ય સંકેતોમાં) 9

$$M_x(t) = 1 + \frac{t}{1!} \mu_1' + \frac{t^2}{2!} \mu_2' + \dots$$

b) યદ્યચ યલ X નું સંભાવના વિતરણ

5

X	1	2	3	4	7
સંભાવના	0.1	0.3	0.4	0.1	0.1

છે, તેના માટે

(૧) $E(X)$ અને (૨) M.G.F. શોધો.

અથવા

Q5 a) અપેક્ષાનું ગુણાકારનું પ્રમેયનું કથન લખી સાબિત કરો.

7

b) એક બેકરી માં કેકની દૈનિક માંગ નીચે પ્રમાણે છે-

7

કેકની માંગ (સો.માં)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
સંભાવના	0.02	0.07	0.09	0.12	0.20	0.20	0.18	0.10	0.01	0.01

કેકની દૈનિક માંગનું અપેક્ષિત મૂલ્ય શોધો.