PAPER CODE : 3799 / 4197

B. Sc Semester III, Examination Oct.-Nov.-2015
Paper No : ST – 301, [Mathematical Statistics –I]

Time: $2\frac{1}{2}$ Hours **Maximum Marks 70**

Instructions:- (1) There are FIVE compulsory questions in this Q. Paper.
(2) All questions carry equal marks.
(3) Use of Scientific calculator is allowed.
(4) Graph papers & statistical tables will be provided on request.

1.a) Define the following terms: 5
(1) Sample Space (2) Event
(3) Certain Event (4) Mutually Exclusive Events
(5) Classical Probability

b) In usual notations prove the following: 9

(1) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

(2) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

OR

1.a) State and prove Bayes's Theorem. 9

b) A box of fuses contains 20 fuses of which five are defective. If three fuses are selected at random in succession, find the probability that all three selected fuses are defective if the selections are made – 5
i. Without replacement,
ii. With replacement.

2.a) A basket contains 3 white and 4 red flowers. Two flowers are selected at random from the basket. What is probability that both selected flowers are red? 7

b) Give Axiomatic definition of probability. 7
If A and B are independent events, then show that, A′ and B′ are also independent events.

OR

2.a) Define and explain conditional probability. The following table classifies 1456 people by their Gender and by whether or not they favour a proposition: 9

	Male (G_1)	Female (G_2)	Total
Favour (A_1)	392	649	1041
Oppose (A_2)	241	174	415
Total	633	823	1456

If a person is selected at random from this group, let events be

A_1 = The person favours
A_2 = The person Opposes
G_1 = The person is Male
G_2 = The person is Female

Find: (1) $P(A_1)$, (2) $P(A_1/G_1)$, (3) $P(A_1/G_2)$. Interprete these.

b) Using Axiomatic approach to probability, 5

Prove: $P(A) \leq P(B)$, if $A \subset B$

3.a) Define the following terms: 6

(1) Field of events,
(2) Pairwise and mutual Independence of three events.
(3) Partition of a sample space.

b) Attempt the following: 8

(1) If $P(A) = 2\ P(B) = P(A/B) = 0.4$, find (i) $P(A \cup B)$ and ii)$P(B \cap A')$.

(2) Each of three football players will attempt to kick a field goal from the 25- yard line

Let A_1 = Player 1 will make the field goal.
A_2 = Player 2 will make the field goal.
A_3 = Player 3 will make the field goal..

Assuming that A_1, A_2, A_3 are mutually independent and that
$P(A_1) = 0.5$, $P(A_2) = 0.7$, and $P(A_3) = 0.6$

Compute the probability that –
(1) Atleast one player is successful.
(2) Exactly one player is successful.

OR

3.a) Define the following terms: 10

(1) Conditional probability (2) Random variable
(3) Discrete Random Variable (4) Mathematical Expectation
(5) C.D. F.

b) Bean seeds from supplier A have an 85% germination rate and those from supplier B have a 75% germination rate. A seed packaging company purchases 40% of these beans seeds from supplies A and 60% from supplier B and mixes seeds together. Given that a seed germinates, find the probability that the seed was purchased from Supplier A. 4

4a) Define raw moments and central moments. In usual notations, prove that: 8

$$\mu_r = \mu_r' - \binom{r}{1}\mu_{r-1}'\mu_1' + \binom{r}{2}\mu_{r-2}'\mu_1'^2 - \binom{r}{3}\mu_{r-3}'\mu_1'^3 + \dots + (-\mu_1')^r ,$$

Where $r = 1, 2, 3 \dots$

Hence express μ_3 in terms of raw moments.

b) Attempt the following: 6

(1) If the discrete probability function of a random variable X is –

$$f(x) = C\left(\frac{1}{4}\right)^x \qquad \text{for } x = 1, 2, 3, 4\ldots\ldots\ldots$$
$$= 0 \qquad \text{elsewhere}$$

Find (1) the constant C, (2) P[$2 \leq X < 5$] and (3) P[$X \geq 3$]

OR

4.a) State the difference between a discrete probability function and a continuous probability function. 6

b) Attempt the following: 8

(1) A box contains 2 defective and 5 good bulbs. Three bulbs are selected at random from the box. Find the probability distribution of total no. of defective bulbs selected in the sample of three bulbs.

(2) If the probability distribution of a random variable X is given by

Value of X	0	1	2	3
Probability	k	3k	2k	6k

(i) Determine the constant k.

(ii) Find M.G.F. of X, and

(iii) Obtain C.G.F. of X.

5.a) Define : 4

(1) r^{th} order raw and central moment,

(2) MGF and CGF.

b) Attempt the following: 10

(1) If X and Y are independent random variables, show that [In usual notations] -

$$E(XY) = E(X).\ E(Y).$$

(2) Let the r. v. X have the Probability density function

$$f(x) = 2(1-x) \qquad ;0<x<1$$
$$=0 \qquad ;\text{elsewhere},$$

(i) Sketch the graph of f(x),

(ii) Find- CDF, P[$0 < X < 1/2$] and P($X = 3/4$).

OR

5a) State and prove multiplication theorem on expectation. 7

b) If 7

$$f(x) = c\sqrt{x} \qquad ;0 < x < 4$$
$$= 0 \qquad ;\text{elsewhere},$$

Find , (1) Constant C ,

(2) CDF, and

(3) Standard Deviation

PAPER CODE : 3799 / 4197

Gujarati Version

Paper No : ST – 301, [Mathematical Statistics –I]

સૂચના: (૧) આ પ્રશ્નપત્રમાં **પાંચ** ફરજિયાત પ્રશ્નો છે.
(૨) બધા જ પ્રશ્નોના ગુણ **સરખા** છે.
(3) સાઈન્ટીફિક કેલ્ક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.
(૪) ગ્રાફ પેપર અને આંકડાશાસ્ત્રીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી મેળવી શકાશે.

1 a) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો: 5

(૧) નિદર્શવકાશ (૨) ઘટના

(૩) ચોક્કસ ઘટના (૪) પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ

(૫) ગાણિતિક સંભાવના,

b) સામાન્ય સંકેતોમાં સાબિત કરો કે- 9

$$(1)\ P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

$$(2)\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

અથવા

1 a) બેઇઝનું પ્રમેય સાબિત કરો. 9

b) એક પેટીમાં ૨૦ ફ્યુઝ છે જે પૈકી પાંચ ફ્યુઝ ખામીવાળા છે. જો આ પેટીમાંથી ત્રણ ફ્યુઝ વારાફરતી યદચ્છ રીતે પસંદ કરવામાં આવે તો નીચેના બન્ને કિસ્સાઓમાં પસંદ થયેલા ત્રણેય ફ્યુઝ ખામીયુક્ત હોય તે ઘટનાની સંભાવના શોધો. 5
(અ) પ્રતિસ્થાપન રહિત
(બ) પ્રતિસ્થાપન સાથે.

2 a) એક ટોપલી માં 3 સફેદ અને ૪ લાલ ફૂલો છે. આ ટોપલીમાંથી બે ફૂલ યદચ્છ રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. બન્ને પસંદ થયેલા ફૂલ લાલ હોય તે ઘટના ની સંભાવના કેટલી થશે? 7

b) સંભાવનાની પૂર્વધારણાયુક્ત વ્યાખ્યા આપો. 7
જો A અને B નિરપેક્ષ ઘટનાઓ હોય તો દર્શાવો કે A′ અને B′ પણ નિરપેક્ષ ઘટનાઓ છે.

અથવા

2 a) શરતી સંભાવનાની વ્યાખ્યા આપો અને સમજાવો. નીચેના કોષ્ટકમાં ૧૪૫૬ વ્યકતિઓ જાતિ મુજબ અને એક યોજનાની તરફેણમાં અને વિરૂદ્ધમાં છે, તે મુજબ વર્ગીકૃત કરેલ છે. 9

	પુરૂષ (G_1)	સ્ત્રી (G_2)	કુલ
તરફેણમા (A_1)	392	649	1041
વિરૂદ્ધમાં (A_2)	241	174	415
કુલ	633	823	1456

જો આ સમુહમાંથી એક વ્યક્તિ યદચ્છ રીતે પસંદ કરવામાં આવે અને ઘટનાઓ

A_1 = વ્યક્તિ તરફેણમા હોય, G_1 = વ્યક્તિ પુરૂષ હોય

A_2 = વ્યક્તિ વિરૂદ્ધમાં હોય, G_2 = વ્યક્તિ સ્ત્રી હોય, તો

(1) $P(A_1)$, (2) $P(A_1/G_1)$, (3) $P(A_1/G_2)$, શોધો અને તેનું અર્થઘટન કરો.

b) સંભાવના ના પૂર્વધારણા યુક્ત અભિગમ નો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરો કે- જો $A \subset B$ હોય તો $P(A) \leq P(B)$ 5

3 a) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો: 6

(૧) ઘટનાઓનું ક્ષેત્ર
(૨) ત્રણ ઘટનાઓ ની યુગ્મ અને પરસ્પર નિરપેક્ષતા,
(૩) નિદર્શાવકાશ નું વિભાજન

b) નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો: 8

(૧) જો $P(A) = 2\,P(B) = P(A/B) = 0.4$, હોય તો $P(A \cup B)$ અને $P(B \cap A')$ શોધો.

(૨) ત્રણ ફૂટબોલ ખેલાડીઓ પૈકી દરેક ૨૫-વારની લાઇનથી ફીલ્ડ ગોલ કરવાનો પ્રયત્ન કરે છે.
ધારોકે, $A1$ = ખેલાડી ૧ ફીલ્ડ ગોલ કરશે.
A_2 = ખેલાડી ૨ ફીલ્ડ ગોલ કરશે.
A_3 = ખેલાડી ૩ ફીલ્ડ ગોલ કરશે.
ઘટનાઓ A_1, A_2 અને A_3 પરસ્પર નિરપેક્ષ છે અને $P(A_1)=0.5$, $P(A_2) = 0.7$, અને $P(A_3) = 0.6$ ધારીને નીચેની ઘટનાઓની સંભાવના ની ગણત્રી કરો
(અ) ઓછામાં ઓછો એક ખેલાડી સફળ થાય.
(બ) બરાબર એક ખેલાડી જ સફળ થાય.

અથવા

3 a) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો: 10

(૧) શરતી સંભાવના
(૨) યદચ્છ ચલ
(૩) અસતત યદચ્છ ચલ
(૪) ગાણિતિક અપેક્ષા
(૫) સંચયી વિતરણ વિધેય

b) સપ્લાયર A પાસેથી મળેલ બીન બીજ નો અંકુરણ દર 85% છે અને સપ્લાયર B પાસેથી મળેલ બીજ નો અંકુરણ અદર 75% છે. 4

એક બીજ પેકીંગ કંપની સપ્લાયર A પાસેથી 40% જથ્થો અને સપ્લાયર B પાસેથી 60% જથ્થો ખરીદ કરે છે અને ત્યારબાદ તેઓ પાસેથી મળેલ જથ્થાઓ ને મેળવે છે. જો કોઇ બીજ અંકુરણ પામેલ હોય તો તે બીજ સપ્લાયર A પાસેથી ખરીદ થયેલ હોય તે ઘટના ની સંભાવના શોધો.

4 a) સાદા અને કેન્દ્રીય પ્રઘાતોની વ્યાખ્યા આપો. સાબિત કરો કે- (સામાન્ય સંકેતોમાં) 8

$$\mu_r = \mu_r' - \binom{r}{1}\mu_{r-1}'\mu_1' + \binom{r}{2}\mu_{r-2}'\mu_1'^2 - \binom{r}{3}\mu_{r-3}'\mu_1'^3 + \dots + (-\mu_1')^r$$

જ્યાં $r = 1, 2, 3 \dots$

તે પરથી μ_3 ને સાદા પ્રઘાતોના સંદર્ભે રજૂ કરો.

b) નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો: 6

(૧) જો એક યદચ્છ ચલ X -નું અસતત સંભાવન વિધેય

$$f(x) = C\left(\frac{1}{4}\right)^x \qquad \text{for } x = 1, 2, 3, 4\dots\dots\dots$$
$$= 0 \qquad \text{અન્યત્ર}$$ હોય તો,

૧) અચળ C, 2) $P[2 \le X < 5]$ 3) $P[X \ge 3]$ શોધો

અથવા

4 a) અસતત સંભાવના વિધેય અને સતત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય વચ્ચેના તફાવત સમજાવો. 6

b) નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો: 8

(૧) એક પેટીમાં ૨ ખામીવાળા અને ૫ સારા બલ્બ છે. આ પેટીમાંથી ત્રણ બલ્બ યદચ્છ રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. આ ત્રણ બલ્બના પસંદ થયેલ નિદર્શમાં કુલ ખામીયુક્ત બલ્બ ની સંખ્યા નું સંભાવના વિતરણ અશોધો.

(૨) જો એક અસતત યદચ્છ ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે-

X-ની કિંમતો	0	1	2	3
સંભાવના	k	3k	2k	6k

તો (અ) અચળ X ની કિંમત નક્કી કરો,

(બ) X નું M.G.F શોધો.

(ક) X નું C.D.F. મેળવો.

5 a) નીચેના પદોની વ્યાખ્યા આપો: 4

(૧) r મા ક્રમનો સાદો અને કેન્દ્રીય પ્રઘાત

(૨) M.G. F અને C.D.F

b) નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો: 10

(અ) જો X અને Y નિરપેક્ષ યદચ્છ ચલો હોય તો, દર્શાવો કે (સામાન્ય સંકેતોમાં)

$$E(XY) = E(X).\,E(Y).$$

(બ) ધારોકે યદચ્છ ચલ X નું સં. ઘ વિ.

$$f(x) = 2(1-x) \quad ;0<x<1$$
$$= 0 \quad \text{અન્યત્ર છે.}$$

(૧) f(x) નો આલેખ દોરો

(૨) CDF, $P[0 < X < 1/2]$, અને $P(X = 3/4)$ શોધો.

અથવા

5 a) અપેક્ષાનું ગુણાકારનું પ્રમેયનું કથન લખી સાબિત કરો. 7

b) જો, 7

$$f(x) = c\sqrt{x} \quad ;0 < x < 4$$
$$= 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો,

(1) અચળ C ,

(2) CDF, અને

(3) પ્રમાણિત વિચલન શોધો.